EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 9

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. **(30 de puncte)**

5p **1.** Rezultatul calculului $(20-2\cdot 4):4$ este egal cu … .

5p **2.** Dacă $\frac{x+3}{5}=\frac{14}{10}$, atunci numărul real x este egal cu … .

5p **3.** Numărul de elemente ale mulțimii $A=\left\{x\in\mathbb{Z}\,\middle|\,|x|\leq 3\right\}$ este egal cu … .

5p **4.** Linia mijlocie a trapezului $ABCD$ este de $10\,\text{cm}$. Suma lungimilor bazelor acestui trapez este egală cu …cm .

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$. Unghiul dreptelor AB și $B'C'$ are măsura de …° .

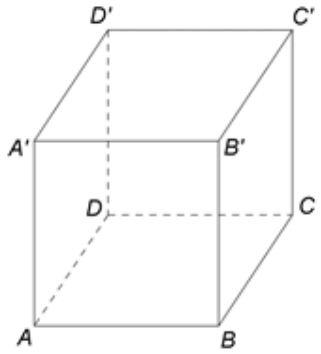
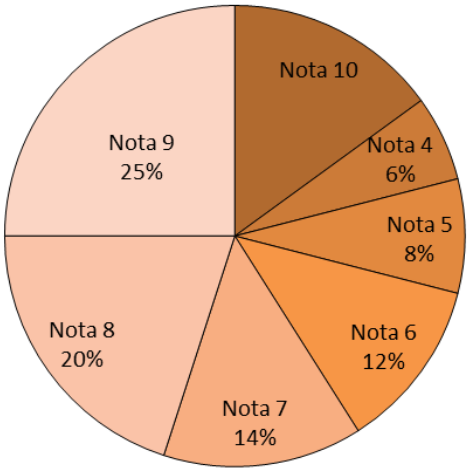


Figura 1

5p **6.** În diagrama de mai jos sunt prezentate rezultatele obținute de elevii unei școli la un concurs.



Conform informațiilor din diagramă, note mai mari sau egale cu 9 au fost obținute de …% din numărul elevilor care au participat la concurs.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un tetraedru $ABCD$.

5p **2.** Arătați că media geometrică a numerelor $x=\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\right)\cdot\frac{3}{2}$ și $y=\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right):\frac{1}{12}$ este egală cu 2.

5p **3.** Într-o cutie sunt bile albe, 6 bile roșii și 10 bile galbene. Probabilitatea de a extrage o bilă albă din cutie este egală cu $\frac{5}{9}$. Determinați numărul de bile albe din cutie.

4. Se consideră numerele reale $a=\left(\sqrt{98}-2\sqrt{50}+\sqrt{32}\right):\frac{1}{\sqrt{2}}$ şi $b=\left(\frac{7}{\sqrt{3}}+\frac{3}{\sqrt{12}}+\frac{\sqrt{27}}{18}\right):\frac{3}{\sqrt{3}}$.

5p **a)** Arătaţi că $a=2$.

5p **b)** Calculaţi $(a-b)^{2020}$.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=x(x+3)^2-2(x-1)^2-(2x-3)(2x+3)-(17x+7)$, unde x este număr real. Arătaţi că $\frac{E(3)}{1\cdot 5}+\frac{E(4)}{2\cdot 6}+\frac{E(5)}{3\cdot 7}+\ldots+\frac{E(100)}{98\cdot 102}=5047$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. **(30 de puncte)**

1. În *Figura 2* este reprezentat un pătrat $ABCD$ cu $AB=15\text{cm}$, punctul M este mijlocul laturii AB şi punctul O este intersecţia diagonalelor pătratului. E şi F sunt punctele de intersecţie a dreptelor AC şi DM, respectiv BD şi CM.

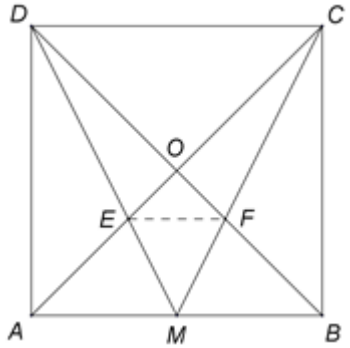


Figura 2

5p **a)** Arătaţi că aria pătratului $ABCD$ este egală cu 225cm^2.

5p **b)** Demonstraţi că triunghiurile ADE şi BCF sunt congruente.

5p **c)** Calculaţi lungimea segmentului EF.

2. În *Figura 3* este reprezentat un paralelipiped dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB=8\text{dm}$, $BC=6\text{dm}$ şi $AA'=15\text{dm}$.

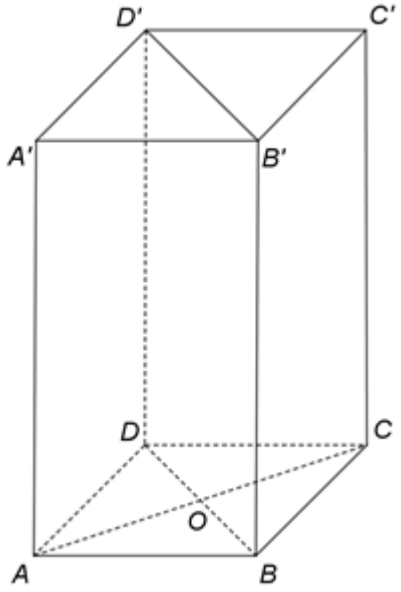


Figura 3

5p **a)** Arătaţi că suma lungimilor tuturor muchiilor paralelipipedului este egală cu 116dm.

5p **b)** Demonstraţi că distanţa de la punctul A la planul (BDD') este egală cu $4{,}8\text{dm}$.

5p **c)** Demonstraţi că, dacă punctul M este simetricul punctului A faţă de punctul B, atunci planele $(CC'M)$ şi $(BB'D)$ sunt paralele.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a
Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 9

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	3	**5p**
2.	4	**5p**
3.	7	**5p**
4.	20	**5p**
5.	90	**5p**
6.	40	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează tetraedrul	**4p**
	Notează tetraedrul $ABCD$	**1p**
2.	$x=\frac{3+2-1}{6}\cdot\frac{3}{2}=\frac{4}{6}\cdot\frac{3}{2}=1$	**2p**
	$y=\frac{3-2+1}{6}\cdot\frac{12}{1}=4\Rightarrow m_g=\sqrt{xy}=\sqrt{1\cdot 4}=2$	**3p**
3.	$\frac{n}{n+6+10}=\frac{5}{9}$, unde n este numărul de bile albe	**3p**
	$9n=5n+80$, deci $n=20$	**2p**
4.	**a)** $a=\left(7\sqrt{2}-2\cdot 5\sqrt{2}+4\sqrt{2}\right)\cdot\sqrt{2}=$	**3p**
	$=\left(7\sqrt{2}-10\sqrt{2}+4\sqrt{2}\right)\cdot\sqrt{2}=\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}=2$	**2p**
	b) $b=\left(\frac{7\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{6}\right)\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{14\sqrt{3}+3\sqrt{3}+\sqrt{3}}{6}\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}=3\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}=3$	**3p**
	$(a-b)^{2020}=(2-3)^{2020}=(-1)^{2020}=1$	**2p**
5.	$E(x)=x\left(x^2+6x+9\right)-2\left(x^2-2x+1\right)-\left(4x^2-9\right)-17x-7=x^3-4x=x\left(x^2-4\right)=x(x-2)(x+2)$, pentru orice număr real x	**3p**
	$\frac{3\cdot 1\cdot 5}{1\cdot 5}+\frac{4\cdot 2\cdot 6}{2\cdot 6}+\ldots+\frac{100\cdot 98\cdot 102}{98\cdot 102}=3+4+\ldots+100=\frac{100\cdot 101}{2}-1-2=5047$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $\mathcal{A}_{ABCD}=AB^2=$	**3p**
	$=15^2=225\text{cm}^2$	**2p**
	b) $\Delta ADM\equiv\Delta BCM\Rightarrow\sphericalangle ADM\equiv\sphericalangle BCM$	**2p**
	Cum $ABCD$ este pătrat, deci $AD=BC$ și $\sphericalangle EAD\equiv\sphericalangle FBC$, obținem $\Delta ADE\equiv\Delta BCF$	**3p**

	c) E este centrul de greutate al ΔABD, deci $\frac{OE}{OA}=\frac{1}{3}$ și F este centrul de greutate al ΔABC, deci $\frac{OF}{OB}=\frac{1}{3}$	**2p**
	$\frac{OE}{OA}=\frac{OF}{OB}\Rightarrow EF \parallel AB \Rightarrow \frac{EF}{AB}=\frac{1}{3}$, deci $EF=5\text{cm}$	**3p**
2.	**a)** Suma lungimilor tuturor muchiilor paralelipipedului este egală cu $4\left(AB+BC+AA'\right)=$	**2p**
	$=4\left(8+6+15\right)=4\cdot 29=116\,\text{dm}$	**3p**
	b) Pentru $AE\perp BD$, unde $E\in BD$, $DD'\perp\left(ADC\right)\Rightarrow DD'\perp AE$ și, cum $BD\cap DD'=\left\{D\right\}$, obținem $AE\perp\left(BDD'\right)$, deci $d\left(A,\left(BDD'\right)\right)=AE$	**3p**
	ΔABD este dreptunghic, deci $AE=\frac{AB\cdot AD}{BD}=\frac{8\cdot 6}{10}=4{,}8\,\text{dm}$	**2p**
	c) B este mijlocul segmentului $AM\Rightarrow AB=BM$, deci $BM=DC$ și, cum $BM \parallel DC$, obținem $BMCD$ paralelogram	**2p**
	$CC' \parallel DD'$, $CM \parallel BD$, $CC'\cap CM=\left\{C\right\}$ și $DD'\cap BD=\left\{D\right\}\Rightarrow\left(CC'M\right)\parallel\left(BB'D\right)$	**3p**