EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a
Matematică

Test 7

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $10+5\cdot(16-2\cdot 8)$ este egal cu … .

5p **2.** Un obiect costă 120 de lei. După o scumpire cu 10%, obiectul costă … lei.

5p **3.** Dacă $A=\{1,2,3,4\}$ şi $B=\{4,5,6,7\}$, atunci intersecţia mulţimilor A şi B este egală cu $\{\ldots\}$.

5p **4.** Lungimea unui cerc cu raza de 5 cm este egală cu $\ldots\pi$ cm.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$. Unghiul dreptelor AB şi $A'D$ are măsura de …°.

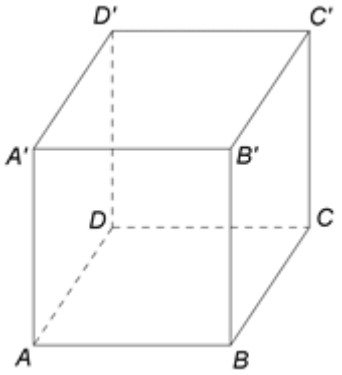


Figura 1

5p **6.** În tabelul de mai jos este prezentată situaţia mediilor la limba engleză, pe semestrul I, ale elevilor unei şcoli gimnaziale.

Media	4	5	6	7	8	9	10
Nr. elevi	1	6	7	14	23	29	30

Conform informaţiilor din tabel, probabilitatea ca, alegând un elev din această şcoală, acesta să aibă media 10 la limba engleză, este egală cu … .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un romb $ABCD$.

5p **2.** Se consideră un număr real nenul x, astfel încât $x+\frac{1}{x}=2$. Arătaţi că $x^2+\frac{1}{x^2}=2$.

5p **3.** Anca a citit 375 de pagini dintr-o carte. În fiecare zi, începând cu a doua zi, ea a citit cu 5 pagini mai mult decât în ziua precedentă, şi a terminat de citit cele 375 de pagini în 5 zile. Determinaţi numărul de pagini citite de Anca în prima zi.

4. Se consideră numerele reale $a=\left(\frac{20}{\sqrt{1800}}-\frac{3}{\sqrt{72}}\right):\frac{1}{84}$ şi $b=\left(\sqrt{3}-3\right)^2-\sqrt{\left(\sqrt{3}-2\right)^2}+\sqrt{75}$.

5p **a)** Arătaţi că $a=7\sqrt{2}$.

5p **b)** Comparaţi numerele a şi b.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(2x-1)^2-3(x-3)(x+2)-(x-2)(x+1)$, unde x este număr real.

Demonstraţi că $E(1)+E\left(\frac{1}{2}\right)+E\left(\frac{1}{3}\right)+\ldots+E\left(\frac{1}{2020}\right)=42420$, pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. În *Figura 2* sunt reprezentate pătratul $ABCD$ cu $AB=15\text{cm}$ și triunghiurile echilaterale ABM, BCN şi ADP.

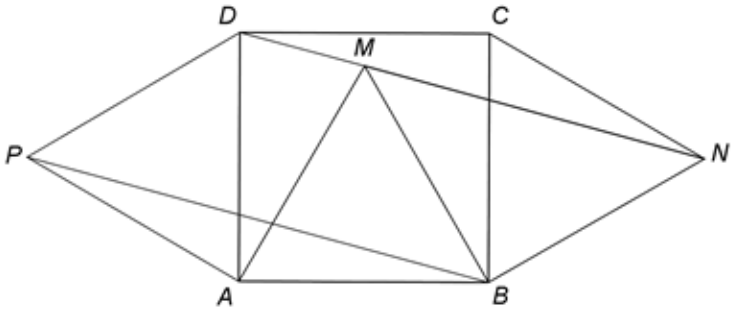


Figura 2

5p **a)** Arătaţi că perimetrul triunghiului ABM este egal cu 45cm.

5p **b)** Arătaţi că lungimea segmentului MN este egală cu $15\sqrt{2}\,\text{cm}$.

5p **c)** Demonstrați că patrulaterul $PBMD$ este trapez isoscel.

2. În *Figura 3* este reprezentată o piramidă $VABCD$ cu $ABCD$ pătrat și $VO\perp(ABC)$, unde O este punctul de intersecție a dreptelor AC și BD. Triunghiul VAB este echilateral cu $AB=6\text{cm}$, punctul M este mijlocul muchiei BV și punctul N este mijlocul muchiei CV.

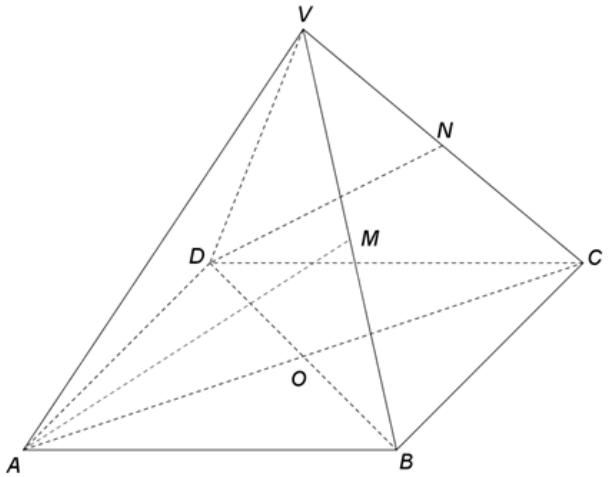


Figura 3

5p **a)** Arătați că aria patrulaterului $ABCD$ este egală cu 36cm^2.

5p **b)** Demonstrați că dreptele VB și VD sunt perpendiculare.

5p **c)** Demonstrați că, dacă dreptele AM și DN se intersectează în punctul P, atunci $VP\,||\,(ABC)$.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a
Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 7

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	10	**5p**
2.	132	**5p**
3.	4	**5p**
4.	10	**5p**
5.	90	**5p**
6.	$\frac{3}{11}$	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează rombul Notează rombul $ABCD$	**4p** **1p**
2.	$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=2^2\Rightarrow x^2+2\cdot x\cdot\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=4$ $x^2+2+\frac{1}{x^2}=4\Rightarrow x^2+\frac{1}{x^2}=2$	**3p** **2p**
3.	A doua zi Anca citește $n+5$ pagini, a treia zi citește $n+10$ pagini, a patra zi citește $n+15$ pagini, iar a cincea zi citește $n+20$ pagini, unde n este numărul de pagini citite de Anca în prima zi $n+(n+5)+(n+10)+(n+15)+(n+20)=375\Rightarrow 5n+50=375$, deci $n=65$ de pagini	**2p** **3p**
4.	**a)** $a=\left(\frac{20}{30\sqrt{2}}-\frac{3}{6\sqrt{2}}\right)\cdot\frac{84}{1}=\left(\frac{2}{3\sqrt{2}}-\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)\cdot\frac{84}{1}=$ $=\frac{4\sqrt{2}-3\sqrt{2}}{12}\cdot\frac{84}{1}=7\sqrt{2}$	**3p** **2p**
	b) $b=\left(3-6\sqrt{3}+9\right)-\left\lvert\sqrt{3}-2\right\rvert+5\sqrt{3}=12-6\sqrt{3}-2+\sqrt{3}+5\sqrt{3}=10$ Cum $7\sqrt{2}=\sqrt{98}$ și $10=\sqrt{100}$, obținem $a<b$	**3p** **2p**
5.	$E(x)=4x^2-4x+1-3\left(x^2-x-6\right)-\left(x^2-x-2\right)=4x^2-4x+1-3x^2+3x+18-x^2+x+2=21$, pentru orice număr real x $E(1)+E\left(\frac{1}{2}\right)+E\left(\frac{1}{3}\right)+\ldots+E\left(\frac{1}{2020}\right)=\underbrace{21+21+\ldots+21}_{\text{de 2020 ori 21}}=21\cdot 2020=42\,420$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $P_{\Delta ABM}=3AB=$ $=3\cdot 15=45\,\text{cm}$	**3p** **2p**

	b) $m(\sphericalangle MBC)=m(\sphericalangle ABC)-m(\sphericalangle ABM)=30^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle MBN)=m(\sphericalangle MBC)+m(\sphericalangle CBN)=90^\circ$	**2p**
	ΔMBN este dreptunghic isoscel, deci $MN=15\sqrt{2}$ cm	**3p**
	c) $m(\sphericalangle DAM)=30^\circ$ și, cum ΔADM isoscel, $m(\sphericalangle ADM)=75^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle PDM)=135^\circ$	**1p**
	ΔABP isoscel și $m(\sphericalangle BAP)=150^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle APB)=15^\circ$, deci $m(\sphericalangle DPB)=45^\circ$	**2p**
	$\sphericalangle PDM$ și $\sphericalangle DPB$ sunt suplementare, deci $BP \parallel DM$ și, cum $DP=MB$, obținem că $PBMD$ este trapez isoscel	**2p**
2.	**a)** $ABCD$ este pătrat, deci $\mathcal{A}_{ABCD}=AB^2=$	**3p**
	$=6^2=36\,\text{cm}^2$	**2p**
	b) BD este diagonală în pătratul $ABCD \Rightarrow BD=6\sqrt{2}$ cm	**2p**
	$VO \perp (ABC)$ și $ABCD$ pătrat $\Rightarrow \Delta VOA \equiv \Delta VOB \equiv \Delta VOC \equiv \Delta VOD$, deci $VA=VB=VC=VD$	**1p**
	$VB^2+VD^2=6^2+6^2=\left(6\sqrt{2}\right)^2=BD^2 \Rightarrow \Delta BVD$ este dreptunghic în V, deci $VB \perp VD$	**2p**
	c) MN linie mijlocie în $\Delta VBC \Rightarrow MN \parallel BC$ și $MN=\frac{BC}{2}$, deci $MN \parallel AD$ și $MN=\frac{AD}{2}$, de unde obținem MN linie mijlocie în ΔPAD	**2p**
	M este mijlocul segmentelor BV și $PA \Rightarrow ABPV$ este paralelogram, deci $VP \parallel AB$ și, cum $AB \subset (ABC)$, obținem $VP \parallel (ABC)$	**3p**