EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a
Anul şcolar 2017 - 2018
Matematică

Model

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $16-16:4$ este egal cu ….

5p **2.** Dacă $\frac{x}{10}=\frac{20}{100}$, atunci numărul x este egal cu ….

5p **3.** Numărul natural din intervalul $(0,2)$ este egal cu ….

5p **4.** Rombul $ABCD$ are diagonalele $AC=16\text{cm}$ şi $BD=12\text{cm}$. Lungimea laturii AB a acestui romb este egală cu …cm.

5p **5.** Secțiunea axială a cilindrului circular drept reprezentat în *Figura 1* este un pătrat cu latura de 6cm. Volumul acestui cilindru este egal cu $\ldots\pi\,\text{cm}^3$.

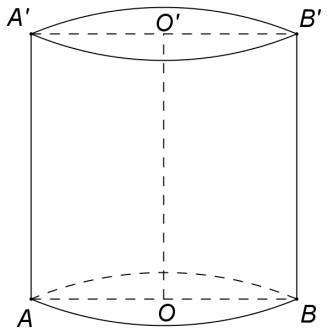


Figura 1

5p **6.** În tabelul de mai jos este prezentată repartiția elevilor unei clase a VIII-a, în funcție de notele obținute la teza la matematică, în semestrul al II-lea.

Nota la teză	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Număr de elevi	0	0	1	2	3	4	5	6	5	3

Conform tabelului, numărul elevilor care au obținut la teză cel puțin nota 9 este mai mare decât numărul elevilor care au obținut la teză cel mult nota 4 cu ….

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, o piramidă patrulateră regulată de vârf V şi bază $ABCD$.

5p **2.** Arătaţi că suma numerelor $x=\left(\sqrt{2}+\frac{5}{\sqrt{2}}\right)\cdot\sqrt{2}-\left(\sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\cdot\sqrt{3}$ şi $y=\left(\frac{3}{2\sqrt{5}}+\frac{2}{3\sqrt{5}}\right):\frac{1}{\sqrt{180}}$ este pătratul unui număr natural.

5p **3.** Perimetrul unui dreptunghi este egal cu 220cm. Determinaţi lungimea şi lățimea acestui dreptunghi, știind că, dacă am mări lățimea dreptunghiului cu 10cm și am micșora lungimea dreptunghiului cu 20cm, am obține un dreptunghi cu aria egală cu aria dreptunghiului inițial.

4. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+1$.

5p **a)** Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de coordonate xOy.

5p **b)** Calculați tangenta unghiului determinat de graficul funcției f cu axa Oy a sistemului de coordonate xOy.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=\left(\frac{x}{x+2}-\frac{3}{2-x}-\frac{6x}{x^2-4}\right):\frac{(x-2)^2-1}{x^2+x-2}$, unde x este număr real, $x\neq-2$, $x\neq1$, $x\neq2$ şi $x\neq3$. Arătați că $E(x)=1$, pentru orice x număr real, $x\neq-2$, $x\neq1$, $x\neq2$ şi $x\neq3$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. **(30 de puncte)**

1. În *Figura 2* este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ cu $AB > BC$ și $AC = 4\,\text{dm}$, iar punctul O este intersecția diagonalelor dreptunghiului. Punctele E și F sunt mijloacele segmentelor AO, respectiv CO și punctul L aparține laturii AB, astfel încât $LE = LF$.

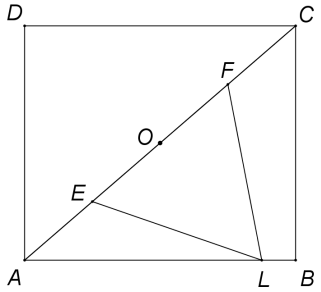


Figura 2

5p **a)** Arătați că $OE = 1\,\text{dm}$.

5p **b)** Demonstrați că triunghiurile AOL și ABC sunt asemenea.

5p **c)** Arătați că, dacă triunghiul LEF este echilateral, atunci $AB = \dfrac{8\sqrt{7}}{7}\,\text{dm}$.

2. În *Figura 3* este reprezentat un tetraedru regulat $ABCD$ cu $AB = 10\,\text{cm}$. Punctele M și N sunt mijloacele muchiilor CD, respectiv BC.

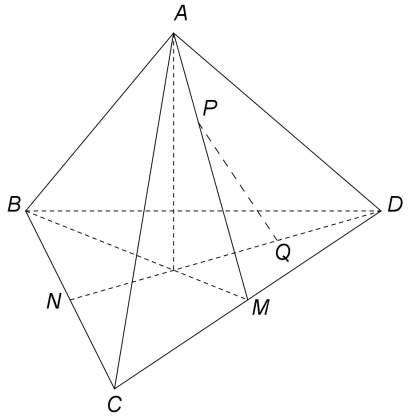


Figura 3

5p **a)** Arătați că suma lungimilor tuturor muchiilor tetraedrului $ABCD$ este egală cu $60\,\text{cm}$.

5p **b)** Arătați că aria totală a tetraedrului $ABCD$ este egală cu $\sqrt{3}\,\text{dm}^2$.

5p **c)** Demonstrați că dreapta PQ este paralelă cu planul (ABD), unde punctele P și Q sunt situate pe segmentele AM, respectiv DN astfel încât $\dfrac{AP}{AM} = \dfrac{DQ}{DN} = \dfrac{1}{3}$.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a
Anul şcolar 2017 - 2018
Matematică
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obţinut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	12	**5p**
2.	2	**5p**
3.	1	**5p**
4.	10	**5p**
5.	54	**5p**
6.	5	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează piramida patrulateră	**4p**
	Notează piramida patrulateră	**1p**
2.	$x=3$	**2p**
	$y=13 \Rightarrow x+y=16=4^2$	**3p**
3.	$2(L+l)=220\text{cm}$, unde L și l sunt lungimea, respectiv lățimea dreptunghiului	**2p**
	Cum $L\cdot l=(L-20)(l+10)$, obținem $L=80\text{cm}$ și $l=30\text{cm}$	**3p**
4.	**a)** Reprezentarea unui punct care aparţine graficului funcţiei f	**2p**
	Reprezentarea altui punct care aparţine graficului funcţiei f	**2p**
	Trasarea graficului funcţiei f	**1p**
	b) $OM=\frac{1}{3}$, unde M este punctul de intersecție a graficului funcției f cu axa Ox	**2p**
	$ON=1$, unde N este punctul de intersecție a graficului funcției f cu axa Oy	**2p**
	Unghiul determinat de graficul funcţiei f cu axa Oy este $\sphericalangle MNO$ și, cum ΔOMN este dreptunghic, obținem $\text{tg}(\sphericalangle MNO)=\frac{1}{3}$	**1p**
5.	$\frac{x}{x+2}-\frac{3}{2-x}-\frac{6x}{x^2-4}=\frac{x-3}{x+2}$	**2p**
	$\frac{(x-2)^2-1}{x^2+x-2}=\frac{x-3}{x+2}$	**2p**
	$E(x)=\frac{x-3}{x+2}:\frac{x-3}{x+2}=1$, pentru orice x număr real, $x\neq -2$, $x\neq 1$, $x\neq 2$ şi $x\neq 3$	**1p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** Punctul O este mijlocul segmentului AC, deci $AO = 2\,\text{dm}$	**3p**
	$OE = \dfrac{AO}{2} = 1\,\text{dm}$	**2p**
	b) ΔLEF este isoscel şi O este mijlocul segmentului EF, deci $LO \perp EF$	**2p**
	Cum ΔAOL şi ΔABC sunt dreptunghice şi $\sphericalangle OAL \equiv \sphericalangle BAC$, obţinem $\Delta AOL \sim \Delta ABC$	**3p**
	c) $EF = 2\,\text{dm}$ şi ΔLEF echilateral, deci $OL = \sqrt{3}\,\text{dm}$, de unde obţinem $AL = \sqrt{7}\,\text{dm}$	**3p**
	$\Delta AOL \sim \Delta ABC \Rightarrow \dfrac{AO}{AB} = \dfrac{AL}{AC} \Rightarrow \dfrac{2}{AB} = \dfrac{\sqrt{7}}{4}$, deci $AB = \dfrac{8\sqrt{7}}{7}\,\text{dm}$	**2p**
2.	**a)** Suma lungimilor tuturor muchiilor tetraedrului $ABCD$ este egală cu $6AB =$	**3p**
	$= 6 \cdot 10 = 60\,\text{cm}$	**2p**
	b) $ABCD$ este tetraedru regulat, deci $\mathcal{A}_{\text{totală}} = 4 \cdot \mathcal{A}_{\Delta ABC} =$	**2p**
	$= 100\sqrt{3}\,\text{cm}^2 = \sqrt{3}\,\text{dm}^2$	**3p**
	c) $\dfrac{DQ}{DN} = \dfrac{1}{3}$, deci Q este mijlocul segmentului DO, unde O este centrul de greutate al ΔBCD	**1p**
	TQ este linie mijlocie în $\Delta ODB \Rightarrow TQ \parallel BD$, unde T este mijlocul segmentului OB	**1p**
	$\dfrac{AP}{PM} = \dfrac{BT}{TM} \Rightarrow PT \parallel AB$ şi, cum $PT \not\subset (ABD)$ şi $TQ \not\subset (ABD)$, obţinem $(PTQ) \parallel (ABD)$	**2p**
	Cum $PQ \subset (PTQ)$, obţinem $PQ \parallel (ABD)$	**1p**

I.1. Rezultatul calculului $16-16:4$ este egal cu....

$16-16:4=16-4=12 \Rightarrow$ răspuns corect [12]

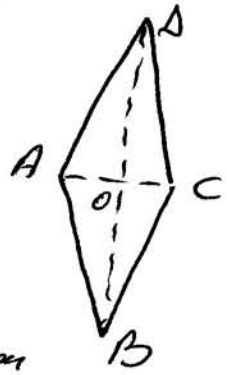
I 2. Dacă $\frac{x}{10}=\frac{20}{100}$, atunci x este egal cu....

$\frac{x}{10}=\frac{20}{100} \Rightarrow x=\frac{20\cdot 10}{100} \Rightarrow x=2 \Rightarrow$ răspuns corect [2]

I 3. Numărul natural din interiorul intervalului $(0;2)$ este egal cu....

$(0;2)\cap \mathbb{N}=\{1\} \Rightarrow$ răspuns corect [1]

I.4. Rombul $ABC\Delta$ are diagonalele $AC=16$ cm și $B\Delta=12$ cm. Lungimea laturii AB este egală cu .... cm



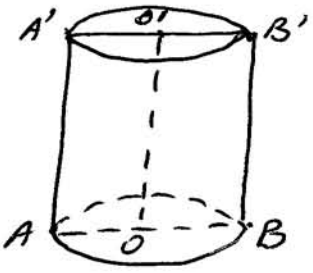
E_1) Diagonalele se înjumătățesc și sunt perpendiculare $\Rightarrow AO=8$ cm și $BO=6$ cm și $AC \perp B\Delta$

E_2) Cu T. lui Pitagora $\Rightarrow AB^2=AO^2+BO^2 \Rightarrow$

$AB^2=(64+36)$ cm$^2 \Rightarrow AB^2=100$ cm$^2 \Rightarrow AB=10$ cm

$\Rightarrow$ răspuns corect **10**

I.5. Secțiunea axială a cilindrului circular drept din Figura 1 este un pătrat cu latura de 6 cm. Volumul cilindrului este egal cu .... π cm^3



E_1) $ABB'A'$ pătrat cu latura de 6 cm $\Rightarrow AA'=6$ cm, $AB=6$ cm

$\Rightarrow$ generatoarea $G=6$ cm

E_2) O mijlocul lui $AB \Rightarrow AO=3$ cm $\Rightarrow$ raza $R=3$ cm

E_3) $\mathcal{V}=\pi R^2 G=\pi \cdot 3^2 \cdot 6=54\pi$ cm$^3 \Rightarrow$ răspuns corect **54**

I.6. În tabelul următor avem notele elevilor de clasa a VIII-a la teza de la matematică, semestrul al II-lea. Conform tabelului, numărul elevilor ce au obținut cel puțin nota 9 este mai mare decât numărul elevilor ce au obținut cel mult nota 4 cu ....

NOTĂ TEZĂ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
NR. ELEVI	0	0	1	2	3	4	5	6	5	3

E_1) numărul elevilor ce au obținut cel puțin nota 9 este

$$5+3=8$$

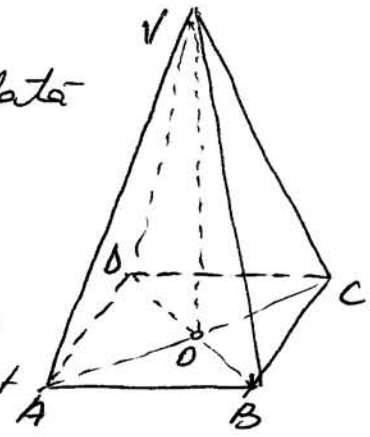
E_2) numărul elevilor ce au obținut cel mult nota 4 este

$$0+0+1+2=3$$

E_3) numărul elevilor care au obținut cel puțin nota 9 este mai mare decât al celor cu nota cel mult 4 cu $8-3=5$

$\Rightarrow$ răspuns corect **5**

II 1. Desenați o piramidă patrulateră regulată de vârf V și bază ABCD



Obs 1: deși nu se cere și înălțimea în acest caz, nu suntem depunctați dacă o trasăm

Obs 2: dacă nu notăm sau nu trasem punctat liniile, eram depunctați

II 2. Arătați că suma numerelor $x=\left(\sqrt{2}+\frac{5}{\sqrt{2}}\right)\cdot\sqrt{2}-\left(\sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\sqrt{3}$ și $y=\left(\frac{3}{2\sqrt{5}}+\frac{2}{3\sqrt{5}}\right):\frac{1}{\sqrt{180}}$ este pătratul unui număr natural

$E_1)\ x=\left(\sqrt{2}+\frac{5}{\sqrt{2}}\right)\cdot\sqrt{2}-\left(\sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\cdot\sqrt{3}=(2+5)-(3+1)=7-4=3$

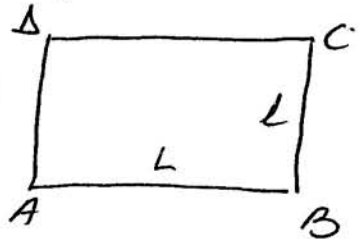
$E_2)\ y=\left(\frac{3}{2\sqrt{5}}+\frac{2}{3\sqrt{5}}\right):\frac{1}{\sqrt{180}}$, $180=2\cdot5$, $18=2\cdot3^2$, $9=3^2$, 1 $\Rightarrow 180=2^2\cdot3^2\cdot5\Rightarrow\sqrt{180}=6\sqrt{5}$

$\Rightarrow y=\left(\frac{3}{2\sqrt{5}}+\frac{2}{3\sqrt{5}}\right):\frac{1}{6\sqrt{5}}=\left(\frac{3}{2\sqrt{5}}+\frac{2}{3\sqrt{5}}\right)\cdot\frac{6\sqrt{5}}{1}=\frac{3}{2\sqrt{5}}\cdot6\sqrt{5}+\frac{2}{3\sqrt{5}}\cdot6\sqrt{5}=$

$=9+4=13$

$E_3)\ x+y=3+13=16=4^2\Rightarrow$ pătrat de nr. natural

II 3. Perimetrul unui dreptunghi este 220 cm, se cere lungimea și lățimea lui știind că, dacă am mări lățimea cu 10 cm și am micșora lungimea cu 20 cm, am obține un dreptunghi cu arie egală cu cea a dreptunghiului inițial



$E_1)$ Perimetrul dreptunghiului inițial este

$P=2(L+l)=220\ cm\Rightarrow\boxed{L+l=110\ cm}$

$E_2)$ Aria dreptunghiului inițial este

$A=L\cdot l$

$E_3)$ Aria dreptunghiului modificat este $A=(L-20)(l+10)$

$E_4)$ Aceste arii sunt egale $\Rightarrow L\cdot l=(L-20)(l+10)\Rightarrow$

$\Rightarrow L\cdot l=L\cdot l+10L-20l-200\Rightarrow 10L-20l=200\ |:10$

$\Rightarrow L-2l=20$

$E_5)$ Dar, $L+l=110\Rightarrow\begin{cases}L+l=110\\L-2l=20\end{cases}$

„-": $3l=90\Rightarrow l=30$ și înlocuim

în $L+l=110\Rightarrow L=80\Rightarrow\begin{cases}L=80\ cm\\l=30\ cm\end{cases}$

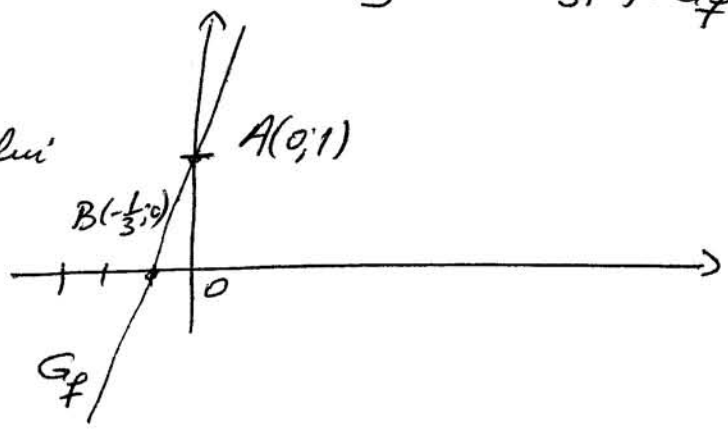
II 4. Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+1$

a) Reprezentați grafic funcția f

E_1) $\cap Oy$: $x=0\Rightarrow f(0)=1\Rightarrow A(0;1)\in G_f$

$\cap Ox$: $y=0\Rightarrow f(x)=0\Rightarrow 3x+1=0\Rightarrow x=-\frac{1}{3}\Rightarrow B(-\frac{1}{3};0)\in G_f$

E_2) trasarea graficului



b) Calculați tangenta unghiului determinat de G_f cu axa Oy

E_1) unghiul format de G_f cu axa Oy este $B\hat{A}O$

E_2) deoarece $\triangle BOA$ dreptunghic cu $m(\hat{O})=90°\Rightarrow$

$tg\ B\hat{A}O=\frac{BO}{AO}$ și cum $\begin{cases}B(-\frac{1}{3};0)\Rightarrow BO=\frac{1}{3}\\ A(0;1)\Rightarrow AO=1\end{cases}$

$\Rightarrow tg\ B\hat{A}O=\frac{\frac{1}{3}}{1}=\frac{1}{3}$

II 5. Fie $E(x)=\left(\frac{x}{x+2}-\frac{3}{2-x}-\frac{6x}{x^2-4}\right):\frac{(x-2)^2-1}{x^2+x-2}$ unde $x\in\mathbb{R}$, $x\neq -2$, $x\neq 1$, $x\neq 2$, $x\neq 3$.

Se cere $E(x)=1$, pentru orice $x\in\mathbb{R}\setminus\{-2;1;2;3\}$

E_1) $\frac{x}{x+2}-\frac{3}{2-x}-\frac{6x}{x^2-4}=\frac{\frac{x-2}{x}}{x+2}+\frac{\frac{x+2}{3}}{x-2}-\frac{6x}{(x-2)(x+2)}=$

$=\frac{x(x-2)+3(x+2)}{(x+2)(x-2)}-\frac{6x}{(x-2)(x+2)}=\frac{x^2-2x+3x+6-6x}{(x-2)(x+2)}=$

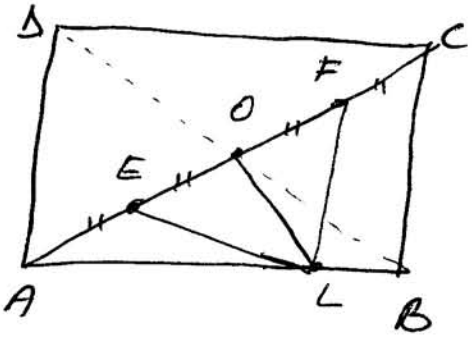
$=\frac{x^2-5x+6}{(x-2)(x+2)}=\frac{x^2-3x-2x+6}{(x-2)(x+2)}=\frac{x(x-3)-2(x-3)}{(x-2)(x+2)}=\frac{(x-3)(x-2)}{(x-2)(x+2)}=\frac{x-3}{x+2}$

E_2) $\frac{(x-2)^2-1}{x^2+x-2}=\frac{x^2-4x+4-1}{x^2+2x-x-2}=\frac{x^2-3x-x+3}{x(x+2)-(x+2)}=\frac{x(x-3)-(x-3)}{(x+2)(x-1)}=$

$=\frac{(x-3)(x-1)}{(x+2)(x-1)}=\frac{x-3}{x+2}$

E_3) $E(x)=\frac{x-3}{x+2}:\frac{x-3}{x+2}=\frac{x-3}{x+2}\cdot\frac{x+2}{x-3}=1$

III 1. În figura 2 avem $ABCD$ dreptunghi, $AB > BC$, $AC = 4$ dm, $AC \cap BD = \{O\}$, E, F mijloacele lui AO respectiv CO și $L \in (AB)$ cu $LE = LF$



a) arătați că $OE = 1$ dm

E_1) O intersecția diagonalelor $\Rightarrow$ O este mijlocul lui $AC \Rightarrow AO = \frac{1}{2} AC \Rightarrow$

$\Rightarrow AO = \frac{1}{2} \cdot 4$ dm $\Rightarrow AO = 2$ dm

E_2) din i.p. $\Rightarrow E$ mijl. lui $AO \Rightarrow EO = \frac{1}{2} AO \Rightarrow EO = \frac{1}{2} \cdot 2$ dm

$\Rightarrow EO = 1$ dm

b) demonstrați că $\triangle AOL \sim \triangle ABC$

E_1) $LE \equiv LF \Rightarrow \triangle LEF$ isoscel. Dar, O mijlocul lui AC și E, F mijloace pentru AO și $CO \Rightarrow EO \equiv OF = \frac{1}{4} AC \Rightarrow LO$ mediană în $\triangle$ isoscel dusă din vârf $\Rightarrow LO$ înălțime $\Rightarrow LO \perp EF$

$\Rightarrow m(\hat{LOE}) = 90^\circ \Rightarrow \hat{LOE} \equiv \hat{ABC}$

E_2) Dar, $m(\hat{OAL}) = m(\hat{BAC})$ pt că e același unghi $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle AOL \sim \triangle BAC$ (U.U.)

c) arătați că, dacă $\triangle LEF$ echilateral, atunci $AB = \frac{8\sqrt{7}}{7}$ dm

E_1) $\triangle AOL \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AO}{AB} = \frac{OL}{BC} = \frac{LA}{CA} \Rightarrow \boxed{\frac{2}{AB} = \frac{OL}{BC} = \frac{LA}{4}}$ (1)

E_2) $\triangle LEF$ echilat și $EF = 2 OE = 2$ dm $\Rightarrow OL = \frac{l\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$ dm

$\Rightarrow OL = \sqrt{3}$ dm

E_3) în $\triangle AOL$, $m(\hat{AOL}) = 90^\circ$, $AO = 2$ dm, $OL = \sqrt{3}$ dm și din T. Pitagora

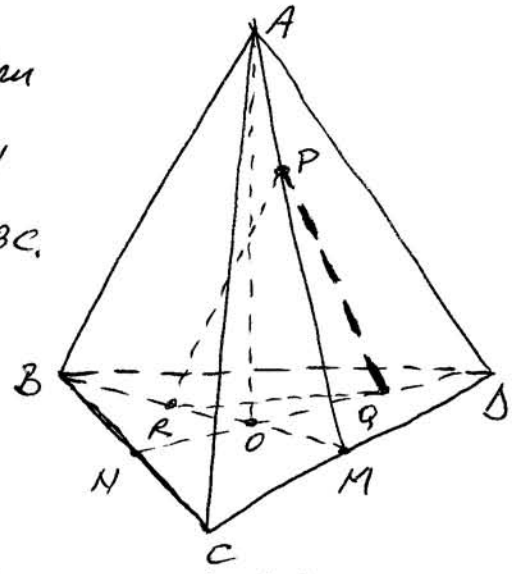
$\Rightarrow AL^2 = AO^2 + OL^2 \Rightarrow AL^2 = (4+3)\,dm^2 \Rightarrow \boxed{AL = \sqrt{7}\ dm}$

E_4) din (1), folosim $\frac{2}{AB} = \frac{LA}{4}$ și cum $AL = \sqrt{7}$ dm

$\Rightarrow \frac{2}{AB} = \frac{\sqrt{7}}{4} \Rightarrow AB = \frac{2 \cdot 4}{\sqrt{7}} \Rightarrow AB = \frac{8}{\sqrt{7}} = \frac{8\sqrt{7}}{7} \Rightarrow \boxed{AB = \frac{8\sqrt{7}}{7}\ dm}$

III 2. În figura 3 avem $ABCD$ tetraedru regulat cu $AB=10$ cm, punctele M și N sunt mijloacele muchiilor CD, respectiv BC.

a) arătați că suma lungimilor tuturor muchiilor tetraedrului $ABCD$ este 60 cm



E_1) suma cerută este

$S=AB+AC+AD+BC+BD+CD$ și cum este tetraedru regulat, toate muchiile sunt congruente

$\Rightarrow S=6\cdot AB=6\cdot 10\,cm=60\,cm$

b) arătați că aria totală a tetraedrului este $\sqrt{3}\ dm^2$

E_1) $ABCD$ tetraedru regulat $\Rightarrow$ toate fețele triunghiuri echilaterale congruente $\Rightarrow \mathcal{A}_{ABCD}=4\cdot\mathcal{A}_{ABC}$

E_2) $\mathcal{A}_{ABC}=\frac{\ell^2\cdot\sqrt{3}}{4}=\frac{10^2\cdot\sqrt{3}}{4}=25\sqrt{3}\Rightarrow\mathcal{A}_{ABCD}=25\sqrt{3}\ cm^2$

E_3) $\mathcal{A}_{ABCD}=4\cdot 25\sqrt{3}\ cm^2=100\sqrt{3}\ cm^2=\sqrt{3}\ dm^2$

c) arătați că $PQ\parallel(ABD)$ unde P și Q sunt situate pe segmentele AM, respectiv DN cu $\frac{AP}{AM}=\frac{DQ}{DN}=\frac{1}{3}$

E_1) ideea este sau să arătăm că $PQ\parallel d$ unde $d\subset(ABD)$, sau să găsim un plan α cu $PQ\subset\alpha$ și $\alpha\parallel(ABD)$

E_2) fie R mijl lui BO și cum $\frac{DQ}{DN}=\frac{1}{3}\Rightarrow Q$ mijl lui $DO\Rightarrow PQ$ este linie mijlocie în $\triangle BOD\Rightarrow RQ\parallel BD$

E_3) R mijl lui $BO\Rightarrow\frac{BR}{BM}=\frac{1}{3}$ și cum $\frac{AP}{AM}=\frac{1}{3}\Rightarrow PR\parallel AB$

E_4) $\left.\begin{array}{l}RQ\parallel BD\\ RQ\not\subset(ABD)\\ BD\subset(ABD)\end{array}\right\}\Rightarrow RQ\parallel(ABD)$ (1)

$\left.\begin{array}{l}PR\parallel AB\\ PR\not\subset(ABD)\\ AB\subset(ABD)\end{array}\right\}\Rightarrow PR\parallel(ABD)$ (2)

E_5) Din (1)+(2) $\Rightarrow(PRQ)\parallel(ABD)$ și $PQ\subset(PRQ)\Rightarrow PQ\parallel(ABD)$