**EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a**
**Anul şcolar 2016 - 2017**

**Matematică**

**Varianta 6**

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

**SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)**

**5p** **1.** Rezultatul calculului $20-20:2$ este egal cu ….

**5p** **2.** Șase caiete de același fel costă $30$ de lei. Trei dintre acestea costă … lei.

**5p** **3.** Dacă $A=\{1,2,3,4\}$ și $B=\{4,6,8\}$, atunci mulțimea $A\cap B$ este egală cu $\{\ldots\}$.

**5p** **4.** Aria unui pătrat cu latura de 6 cm este egală cu … $cm^2$.

**5p** **5.** În *Figura 1* este reprezentat un tetraedru regulat $ABCD$. Dacă suma lungimilor tuturor muchiilor tetraedrului este egală cu $12\,cm$, atunci lungimea muchiei $AB$ este egală cu … cm.

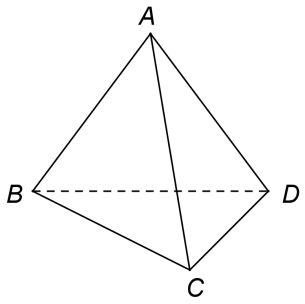



*Figura 1*

**5p** **6.** În tabelul de mai jos este prezentat numărul de elevi al fiecăreia dintre clasele unei școli.

| Clasa | a V-a A | a V-a B | a VI-a A | a VI-a B | a VII-a A | a VII-a B | a VIII-a A | a VIII-a B |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Număr de elevi | 25 | 26 | 30 | 28 | 24 | 26 | 30 | 28 |

Conform tabelului, numărul total al elevilor din clasele a VIII-a ale acestei școli este egal cu ….

**SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)**

**5p** **1.** Desenați, pe foaia de examen, un cub $ABCDEFGH$.

**5p** **2.** Arătați că $(1+0,5)(1-0,5)+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2=\frac{5}{4}$.

**5p** **3.** Determinați două numere, știind că media lor aritmetică este egală cu 150, iar raportul celor două numere este egal cu $\frac{1}{2}$.

**4.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+3$.

**5p** **a)** Reprezentați grafic funcția $f$ într-un sistem de coordonate $xOy$.

**5p** **b)** În sistemul de coordonate $xOy$, determinați abscisa punctului care aparține graficului funcției $f$, știind că punctul are abscisa egală cu ordonata.

**5p** **5.** Se consideră expresia $E(x)=\frac{(x+2)^2-9}{x^2-25}:\frac{x-1}{x-5}$, unde $x$ este număr real, $x\neq -5$, $x\neq 1$ şi $x\neq 5$. Arătaţi că $E(x)=1$, pentru orice $x$ număr real, $x\neq -5$, $x\neq 1$ şi $x\neq 5$.

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)**

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ cu $AB=8\sqrt{3}$ cm şi $AD=8$ cm. Pe segmentul $BD$ se consideră punctele $E$ şi $F$ astfel încât $m(\sphericalangle DAE)=m(\sphericalangle EAF)=m(\sphericalangle FAB)$.

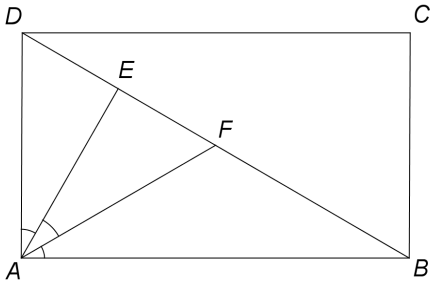



*Figura 2*

**5p** **a)** Arătați că perimetrul dreptunghiului $ABCD$ este egal cu $16\left(\sqrt{3}+1\right)$ cm.

**5p** **b)** Demonstrați că punctele $A$, $F$ și $C$ sunt coliniare.

**5p** **c)** Știind că $FM \parallel AB$, unde $M\in(AD)$ și $N$ este punctul de intersecție a dreptelor $FM$ și $AE$, demonstrați că dreptele $DN$ și $AC$ sunt perpendiculare.

**2.** În *Figura 3* este reprezentat un cilindru circular drept cu generatoarea $AA'=12$ cm. Segmentul $AB$ este diametru al bazei cilindrului, $AB=10$ cm și punctul $O'$ este mijlocul diametrului $A'B'$.

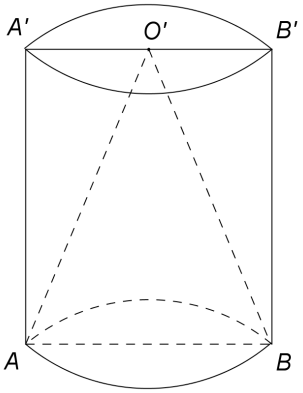



*Figura 3*

**5p** **a)** Arătați că aria laterală a cilindrului circular drept este egală cu $120\pi$ cm$^2$.

**5p** **b)** Demonstrați că segmentul $A'B$ are lungimea mai mică de 16 cm.

**5p** **c)** Calculați valoarea sinusului unghiului dintre dreapta $AO'$ și planul uneia dintre bazele cilindrului circular drept.

**EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a**
**Anul şcolar 2016 - 2017**

**Matematică**

**BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE**

**Varianta 6**

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

**SUBIECTUL I**
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

**SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea**
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | 10 | **5p** |
| **2.** | 15 | **5p** |
| **3.** | 4 | **5p** |
| **4.** | 36 | **5p** |
| **5.** | 2 | **5p** |
| **6.** | 58 | **5p** |

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | Desenează cubul<br>Notează cubul | **4p**<br>**1p** |
| **2.** | $(1+0,5)(1-0,5)=\frac{3}{4}$<br>Cum $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2=\frac{1}{2}$, obţinem $\frac{3}{4}+\frac{1}{2}=\frac{5}{4}$ | **3p**<br>**2p** |
| **3.** | $\frac{x+y}{2}=150$, unde $x$ şi $y$ sunt cele două numere, deci $x+y=300$<br>Cum $\frac{x}{y}=\frac{1}{2}$, obţinem $x=100$ şi $y=200$ | **2p**<br>**3p** |
| **4.** | **a)** Reprezentarea unui punct care aparţine graficului funcţiei $f$<br>Reprezentarea altui punct care aparţine graficului funcţiei $f$<br>Trasarea graficului funcţiei $f$ | **2p**<br>**2p**<br>**1p** |
| | **b)** $f(a)=a$, unde $A(a,a)$ este punctul care aparţine graficului funcţiei $f$, punct care are abscisa egală cu ordonata<br>$2a+3=a$, deci $a=-3$ | **2p**<br>**3p** |
| **5.** | $(x+2)^2-9=(x-1)(x+5)$<br>$x^2-25=(x-5)(x+5)$<br>$E(x)=\frac{(x-1)(x+5)}{(x-5)(x+5)}\cdot\frac{x-5}{x-1}=1$, pentru orice $x$ număr real, $x\neq-5$, $x\neq1$ şi $x\neq5$ | **2p**<br>**1p**<br>**2p** |

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | **a)** $P=2(AB+AD)=$<br>$=2\left(8\sqrt{3}+8\right)=16\left(\sqrt{3}+1\right)$cm | **2p**<br>**3p** |

| | | |
|---|---|---|
| | **b)** $\Delta ABD$ dreptunghic, deci $BD=16\text{cm}$ și, cum $AD=\frac{1}{2}BD$, obținem $m(\sphericalangle ABD)=30^\circ$ | **2p** |
| | $m(\sphericalangle ADF)=m(\sphericalangle DAF)=60^\circ\Rightarrow\Delta AFD$ este echilateral, deci $F$ este mijlocul segmentului $BD$ și, cum $ABCD$ este dreptunghi, obținem $F\in(AC)$ | **3p** |
| | **c)** $FM \parallel AB$ și $AB\perp AD$, deci $FM\perp AD$, adică $FM$ este înălțime în $\Delta AFD$ | **2p** |
| | $(AE$ este bisectoare în triunghiul echilateral $AFD$, deci $AE$ este înălțime în $\Delta AFD\Rightarrow$ punctul $N$ este ortocentrul $\Delta AFD$, deci $DN\perp AC$ | **3p** |
| **2.** | **a)** $\mathcal{A}_{\text{laterală}}=2\pi RG=$ | **2p** |
| | $=\pi\cdot 10\cdot 12=120\pi\,\text{cm}^2$ | **3p** |
| | **b)** $\Delta ABA'$ este dreptunghic, deci $A'B=\sqrt{AA'^2+AB^2}=\sqrt{12^2+10^2}=\sqrt{244}\,\text{cm}$ | **3p** |
| | Cum $244<256$, obținem $A'B<16\,\text{cm}$ | **2p** |
| | **c)** $m(\sphericalangle(AO',\text{planul bazei}))=m(\sphericalangle(AO',AO))=m(\sphericalangle OAO')$, unde $O$ este centrul bazei cilindrului circular drept | **2p** |
| | $AO=5\,\text{cm}$ și, cum $\Delta OAO'$ este dreptunghic, obținem $AO'=13\,\text{cm}$, deci $\sin(\sphericalangle OAO')=\frac{12}{13}$ | **3p** |

I.1. Rezultatul calculului $20-20:2$ este egal cu ...

$20-20:2=20-10=10 \Rightarrow$ răspuns corect $\boxed{10}$

I.2. Șase caiete de același fel costă 30 de lei.
Trei dintre acestea costă ... lei

Observăm că se cere jumătate din cantitate

$30:2=15$ lei $\Rightarrow$ răspuns corect $\boxed{15}$

I.3 Dacă $A=\{1;2;3;4\}$ și $B=\{4;6;8\}$, atunci mulțimea $A \cap B$ este egală cu ...

$A \cap B=\{4\}$ (elementul comun)

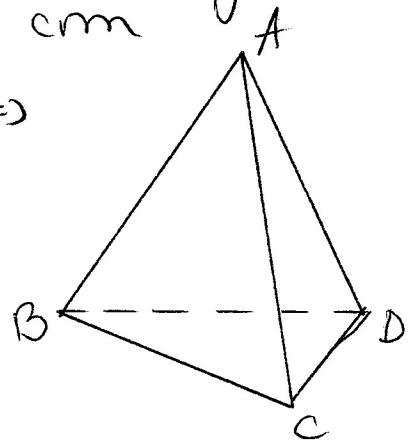
$\Rightarrow$ răspunsul corect $\boxed{4}$

I. 4. Aria unui pătrat cu latura de 6 cm este egală cu ... $cm^2$

$A_{\square} = l^2 \Rightarrow A_{\square} = 6^2 = 36\ cm^2$

răspuns corect [36]

I. 5. În figura 1 este reprezentat un tetraedru regulat ABCD. Dacă suma lungimilor tuturor muchiilor este de 12cm, atunci lungimea muchiei AB este egală cu ... cm




Cum ABCD tetraedru regulat $\Rightarrow$ toate muchiile sunt egale

$12 : 6 = 2$ cm

răspuns corect [2]

I. 6. În tabelul de mai jos este prezentat nr. de elevi ai fiecărei dintre clasele unei școli.

| Clasa | a V-a A | a V-a B | a VI-a A | a VI-a B | a VII-a A | a VII-a B | a VIII-a A | a VIII-a B |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nr. de elevi | 25 | 26 | 30 | 28 | 24 | 26 | 30 | 28 |

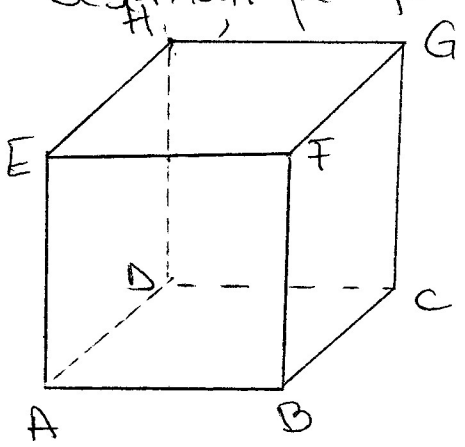
Conform tabelului, numărul total al elevilor din clasele a VIII-a ale acestei școli este egal cu ...

În clasa a VIII-a A sunt 30 elevi

În clasa a VIII-a B sunt 28 elevi

În total sunt $30 + 28 = 58$ elevi

II.1. Desenați pe foaia de examen un cub ABCDEFGH.




Obs1: Dacă nu notăm și nu facem liniile punctate, sunteți depunctați

III.2. Arătați că $(1+0,5)(1-0,5)+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2=\frac{5}{4}$

E1) $(1+0,5)(1-0,5)=1^2-(0,5)^2=1-0,25=0,75$

E2) $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2=\frac{1^2}{(\sqrt{2})^2}=\frac{1}{2}$

E3) $0,75+\frac{1}{2}=\frac{75}{100}+\frac{1}{2}=\frac{3}{4}+\frac{2/1}{2}=\frac{3+2}{4}=\frac{5}{4}$

III.3. Determinați două numere, știind că media lor aritmetică este egală cu 150, iar raportul celor două numere este egal cu $\frac{1}{2}$

E1) Notăm cele două numere cu a și b

E2) $\frac{a+b}{2}=150\Rightarrow a+b=300$ (1)

E3) $\frac{a}{b}=\frac{1}{2}\Rightarrow 2a=b$

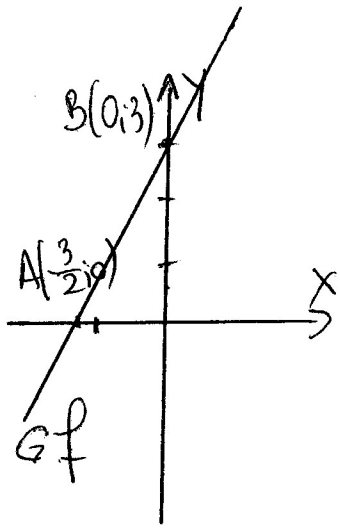
E4) Înlocuim în (1) $\Rightarrow a+2a=300$

$3a=300\Rightarrow a=100$

E5) $b=2a\Rightarrow b=2\cdot 100=200$

II. 4. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$; $f(x)=2x+3$

a) Reprezentați grafic funcția f




E1) $OX \Rightarrow y=0 \Rightarrow f(x)=0 \Rightarrow 2x+3=0$

$\Rightarrow 2x=-3 \Rightarrow x=-\frac{3}{2} \Rightarrow A\left(-\frac{3}{2};0\right)$

E2) $OY \Rightarrow x=0 \Rightarrow f(0)=2\cdot 0+3=3$

$\Rightarrow B(0;3)$

E3) Trasarea graficului

b) În sistemul de coordonate xOy, determinați abscisa punctului ce aparține graficului funcției, știind că punctul are abscisa egală cu ordonata

E1) $A(x;y)\in Gf \Rightarrow f(x)=y$

E2) Dar $x=y \Rightarrow A(x;x)\in Gf \Rightarrow f(x)=x$

$2x+3=x \Rightarrow 2x-x=-3 \Rightarrow x=-3$

E3) $A(-3;-3)$

III 5. Se consideră expresia $E(x)=\frac{(x+2)^2-9}{x^2-25}:\frac{x-1}{x-5}$

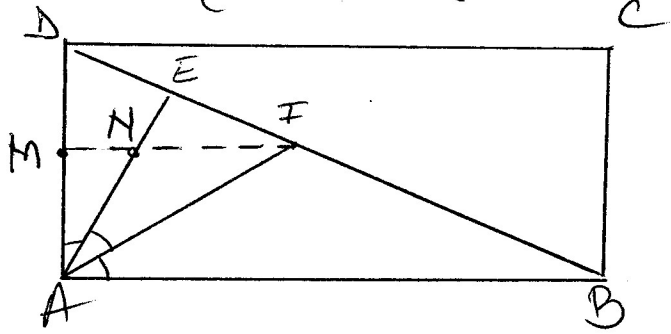
unde $x\in\mathbb{R}$, $x\neq -5$, $x\neq 1$, $x\neq 5$. Arătați că $E(x)=1$ pentru orice $x\in\mathbb{R}\setminus\{5,1,-5\}$

E1) $\frac{(x+2)^2-9}{x^2-25}=\frac{(x+2-3)(x+2+3)}{(x-5)(x+5)}=\frac{(x-1)(x+5)}{(x-5)(x+5)}=\frac{x-1}{x-5}$

E2) $E(x)=\frac{x-1}{x-5}:\frac{x-1}{x-5} \Rightarrow E(x)=\frac{x-1}{x-5}\cdot\frac{x-5}{x-1}=1$

III. 1. În figura 2 este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 8\sqrt{3}$ cm și $AD = 8$ cm. Pe segmentul $BD$ se consideră punctele $E$ și $F$ astfel încât $m(\sphericalangle DAE) = m(\sphericalangle EAF) = m(\sphericalangle FAB)$.

a) Arătați că $P_{ABCD}$ este egal cu $16(\sqrt{3}+1)$ cm




E1) $P_{ABCD} = 2L + 2l$

E2) $P_{ABCD} = 2 \cdot 8\sqrt{3} + 2 \cdot 8$

$= 16\sqrt{3} + 16 = 16(\sqrt{3}+1)$ cm

b) Demonstrați că $A, F, C$ - coliniare

E1) În $\Delta DAB$ dr $\Rightarrow tg(\sphericalangle ABD) = \frac{DA}{AB} = \frac{8}{8\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow$

$m(\sphericalangle ABD) = 30^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle ADB) = 60^\circ$

E2) În $\Delta DAF$, $\left.\begin{matrix} m(\sphericalangle DAF) = 60^\circ \\ m(\sphericalangle ADF) = 60^\circ \end{matrix}\right\} \Rightarrow \Delta ADF$ echilateral

$\Rightarrow AF = FD = AD = 8$ cm

E3) În $\Delta DAB$, dr $\Rightarrow \sin(\sphericalangle ADB) = \frac{DA}{DB} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{8}{DB} \Rightarrow$

$DB = 16$ cm

$\Rightarrow F$ - mijl lui $DB$

E4) Dar $ABCD$ - dr $\Rightarrow F \in AC$ (diagonalele se înjum.)

c) Știind că $FM \parallel AB$, $M \in (AD)$, $\{N\} = MF \cap AE$, demonstrați că $DN \perp AC$.

Cum $\Delta DAF$ echilateral, $M$ - mijl lui $DA$ $\left.\begin{matrix} \\ \\ \end{matrix}\right\} \Rightarrow MF$ - mediană, înălțime $\Rightarrow MF \perp AD$

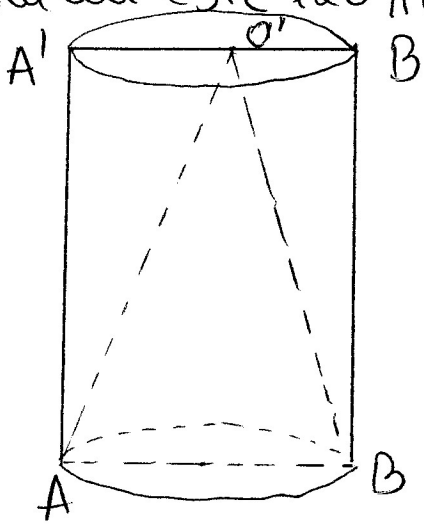
E2) Dar $AE$ - bis $\sphericalangle DAF$, $\Delta DAF$ echilateral $\left.\begin{matrix} \\ \\ \end{matrix}\right\} \Rightarrow AE$ - înălțime

E3) Obținem că $MF \cap AE = \{N\}$ unde $N$ ortocentrul $\Delta DAF$

E4) $\Rightarrow DN \perp AF$, $F \in AC \Rightarrow DN \perp AC$

III. 3. În figura 3 este reprezentat un cilindru circular drept cu generatoarea $AA' = 12$ cm. Segmentul AB este diametrul bazei cilindrului, $AB = 10$ cm și O' este mijlocul diametrului A'B'.

a) Arătați că aria laterală a cilindrului este $120\pi$ cm$^2$




E1) $A_l = P_b \cdot G$; $P_b = 2\pi R$

E2) $R = \frac{D}{2} = \frac{10}{2} = 5$ cm

$P_b = 2\pi R = 10\pi$ cm

$A_l = 10\pi \cdot 12 = 120\pi$ cm$^2$

b) Demonstrați că A'B are lungimea mai mică de 16 cm

E1) Cu TP în $\triangle A'AB$ - dr pt că $\left.\begin{matrix} A'A \perp (AOB) \\ AB \subset (AOB) \end{matrix}\right\} \Rightarrow A'A \perp AB$

E2) $A'B^2 = A'A^2 + AB^2 \Rightarrow A'B^2 = 12^2 + 10^2 \Rightarrow A'B^2 = 144 + 100$

$\Rightarrow A'B^2 = 244 \Rightarrow A'B = \sqrt{244}$ cm

E3) Avem de comparat $\sqrt{244}$ cu 16

Ridicăm la pătrat $\Rightarrow (\sqrt{244})^2$ cu $16^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 244$ cu $256 \Rightarrow A'B < 16$ cm.

c) Calculați valoarea sinusului unghiului dintre dreapta OA' și planul uneia dintre bazele cilindrului circular drept

E1) $\overset{pr}{}_{plan}[AO'] = A'O' \Rightarrow m(\sphericalangle(OA, plan)) = m(\sphericalangle(OA, A'O'))$

$= m(\sphericalangle AO'A')$

E2) $\sin(\sphericalangle AO'A') = \frac{AA'}{O'A}$

E3) În $\triangle AA'O'$ - dr cu T.P. $O'A^2 = A'O'^2 + A'A^2$

$O'A^2 = 25 + 144 \Rightarrow O'A^2 = 169 \Rightarrow O'A = 13$ cm $\Rightarrow \sin(\sphericalangle AO'A') = \frac{12}{13}$