EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a
Anul şcolar 2016 - 2017

Matematică

Varianta 2

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $18-12:3$ este egal cu ….

5p **2.** Dintre cei 30 de elevi ai unei clase, o treime sunt fete. Numărul fetelor din clasă este egal cu ….

5p **3.** Cel mai mare număr întreg din intervalul $(-4,2]$ este ….

5p **4.** Dacă un dreptunghi are lungimea de 12 cm și lățimea de 5 cm, atunci aria acestui dreptunghi este egală cu $\ldots \text{cm}^2$.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un tetraedru regulat $ABCD$ cu $AB=6$ cm. Suma lungimilor tuturor muchiilor tetraedrului este egală cu …cm .

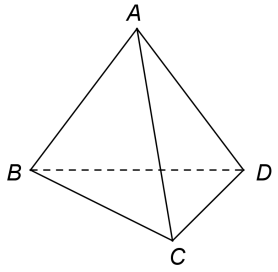
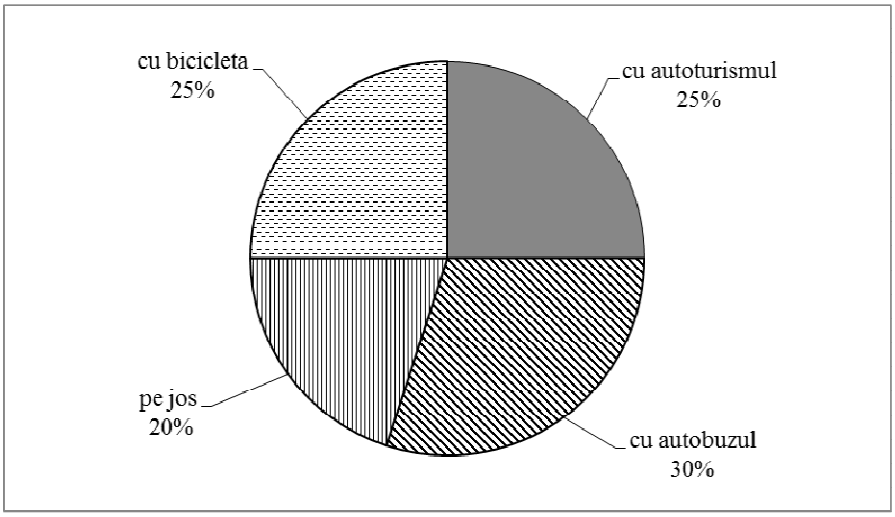


Figura 1

5p **6.** În diagrama de mai jos este prezentată repartiția celor 400 de elevi ai unei școli, în funcție de modul lor de deplasare spre școală.



Conform diagramei, numărul elevilor care se deplasează spre școală cu bicicleta este egal cu ….

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, o prismă dreaptă $ABCA'B'C'$ cu baza triunghiul echilateral ABC.

5p **2.** Arătați că media geometrică a numerelor $a=0,36$ și $b=0,25$ este egală cu $\frac{3}{10}$.

5p **3.** Un turist a parcurs un traseu în două zile. În prima zi a parcurs $\frac{3}{5}$ din lungimea traseului, iar a doua zi restul de 12 km. Calculați lungimea traseului parcurs de turist în cele două zile.

4. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-3$.

5p **a)** Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de coordonate xOy.

5p **b)** În triunghiul determinat de graficul funcției f și axele sistemului de coordonate xOy, determinați lungimea bisectoarei unghiului drept.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=\dfrac{2x^2-18}{x^2+6x+9}:\dfrac{10(x-3)}{5x+15}$, unde x este număr real, $x\neq -3$ și $x\neq 3$. Arătați că $E(x)=1$, pentru orice x număr real, $x\neq -3$ și $x\neq 3$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 de puncte)

1. *Figura 2* reprezintă schița unui teren. Patrulaterul $ABCD$ este paralelogram cu $AB=12\sqrt{2}\,\text{m}$, $BC=12\,\text{m}$, $m(\sphericalangle DAB)=45^\circ$ și triunghiul DCF este dreptunghic isoscel cu $m(\sphericalangle DFC)=90^\circ$.

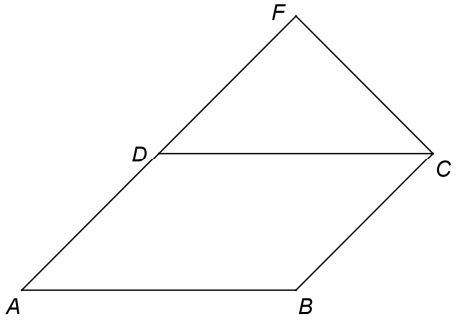


Figura 2

5p **a)** Arătați că perimetrul triunghiului DCF este egal cu $12\left(\sqrt{2}+2\right)\text{m}$.

5p **b)** Arătați că aria terenului este egală cu $216\,\text{m}^2$.

5p **c)** Demonstrați că dreptele CD și BF sunt perpendiculare.

2. În *Figura 3* este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB=6\,\text{cm}$. Punctele M și N sunt mijloacele segmentelor AA', respectiv BB'.

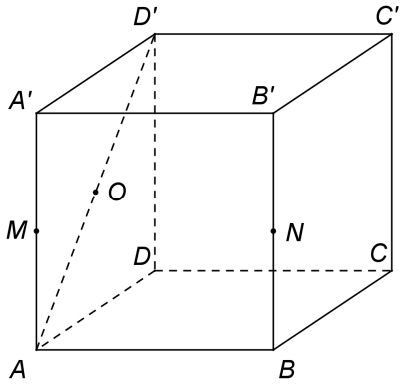


Figura 3

5p **a)** Arătați că volumul cubului $ABCDA'B'C'D'$ este egal cu $216\,\text{cm}^3$.

5p **b)** Demonstrați că dreptele BM și CO sunt coplanare, unde punctul O este mijlocul segmentului AD'.

5p **c)** Calculați valoarea tangentei unghiului determinat de dreptele BD' și $C'N$.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Anul şcolar 2016 - 2017

Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 2

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	14	**5p**
2.	10	**5p**
3.	2	**5p**
4.	60	**5p**
5.	36	**5p**
6.	100	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează prisma dreaptă	**4p**
	Notează prisma dreaptă	**1p**
2.	$m_g=\sqrt{0,36\cdot 0,25}=0,6\cdot 0,5=$	**3p**
	$=0,3=\frac{3}{10}$	**2p**
3.	$\frac{3}{5}\cdot x+12=x$, unde x este lungimea traseului parcurs de turist în cele două zile	**2p**
	$x=30\,\text{km}$	**3p**
4.	**a)** Reprezentarea unui punct care aparţine graficului funcţiei f	**2p**
	Reprezentarea altui punct care aparţine graficului funcţiei f	**2p**
	Trasarea graficului funcţiei f	**1p**
	b) $OA=3$, unde A este punctul de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Ox	**1p**
	$OB=3$, unde B este punctul de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Oy	**1p**
	$AB=3\sqrt{2}$ şi, cum ΔAOB este dreptunghic isoscel, bisectoarea unghiului drept este şi mediană, deci are lungimea egală cu $\frac{3\sqrt{2}}{2}$	**3p**
5.	$2x^2-18=2(x-3)(x+3)$	**2p**
	$x^2+6x+9=(x+3)^2$	**1p**
	$E(x)=\frac{2(x-3)(x+3)}{(x+3)^2}\cdot\frac{5(x+3)}{10(x-3)}=1$, pentru orice x număr real, $x\neq -3$ şi $x\neq 3$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** ΔDCF este dreptunghic isoscel şi $DC=12\sqrt{2}\Rightarrow CF=DF=12$ m	**3p**
	$P_{\Delta DCF}=DC+DF+CF=12\sqrt{2}+12+12=12\left(\sqrt{2}+2\right)$m	**2p**

	b) $\mathcal{A}_{\Delta DCF}=\dfrac{DF\cdot CF}{2}=72\,\text{m}^2$	**2p**
	Cum $d(D,AB)=6\sqrt{2}\,\text{m}$, obținem $\mathcal{A}_{ABCD}=12\sqrt{2}\cdot 6\sqrt{2}=144\,\text{m}^2$	**2p**
	$\mathcal{A}_{\text{teren}}=\mathcal{A}_{\Delta DCF}+\mathcal{A}_{ABCD}=216\,\text{m}^2$	**1p**
	c) $\sphericalangle FDC$ și $\sphericalangle BCD$ sunt unghiuri alterne interne și $m(\sphericalangle FDC)=m(\sphericalangle BCD)=45°$, deci $DF\parallel BC$ și, cum $DF=BC$, obținem că $BCFD$ este paralelogram	**3p**
	Cum $DF=FC$, obținem că $BCFD$ este romb, deci $BF\perp DC$	**2p**
2.	**a)** $V_{ABCDA'B'C'D'}=AB^3=$	**2p**
	$=6^3=216\,\text{cm}^3$	**3p**
	b) MO este linie mijlocie în $\Delta AD'A'$, deci $MO\parallel A'D'$	**2p**
	$A'D'\parallel BC\Rightarrow MO\parallel BC$, de unde obținem că dreptele MO și BC sunt coplanare, deci și dreptele BM și CO sunt coplanare	**3p**
	c) $C'N\parallel D'M$, deci $m(\sphericalangle(BD',C'N))=m(\sphericalangle(BD',D'M))$	**2p**
	$BD'=6\sqrt{3}\,\text{cm}$, $D'M=BM=3\sqrt{5}\,\text{cm}$ și, dacă P este mijlocul lui BD', atunci $\Delta MD'P$ este dreptunghic în P, de unde obținem $\text{tg}(\sphericalangle(BD',D'M))=\text{tg}(\sphericalangle BD'M)=\dfrac{MP}{D'P}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$	**3p**

I. 1. Rezultatul calculului $18 - 12:3$ este egal cu...

$18 - 12:3 = 18 - 4 = 16 \Rightarrow$ răspuns corect **16**

I. 2. Dintre cei 30 de elevi ai unei clase, o treime sunt fete. Numărul fetelor din clasă este egal cu...

$\frac{1}{3} \cdot 30 = \frac{30}{3} = 10 \Rightarrow$ răspuns corect **10**

I. 3. Cel mai mare număr întreg din intervalul $(-4; 2]$ este...

$(-4; 2] \cap \mathbb{Z} = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2\}$

cel mai mare nr întreg este 2

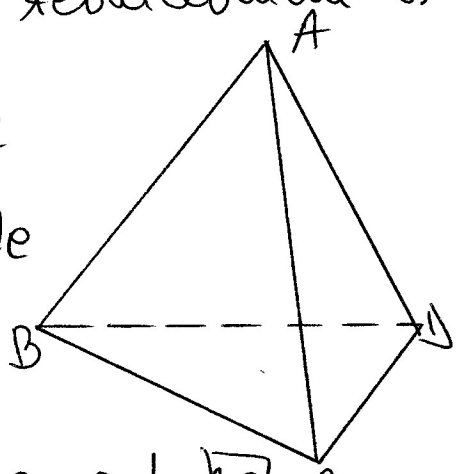
$\Rightarrow$ răspuns corect **2**

I.4. Dacă un dreptunghi are lungimea de 12 cm și lățimea de 5 cm, atunci aria acestui dreptunghi este egală cu ... cm^2

$A_{\square} = L \cdot l \Rightarrow A_{\square} = 12 \cdot 5 = 60\ cm^2$

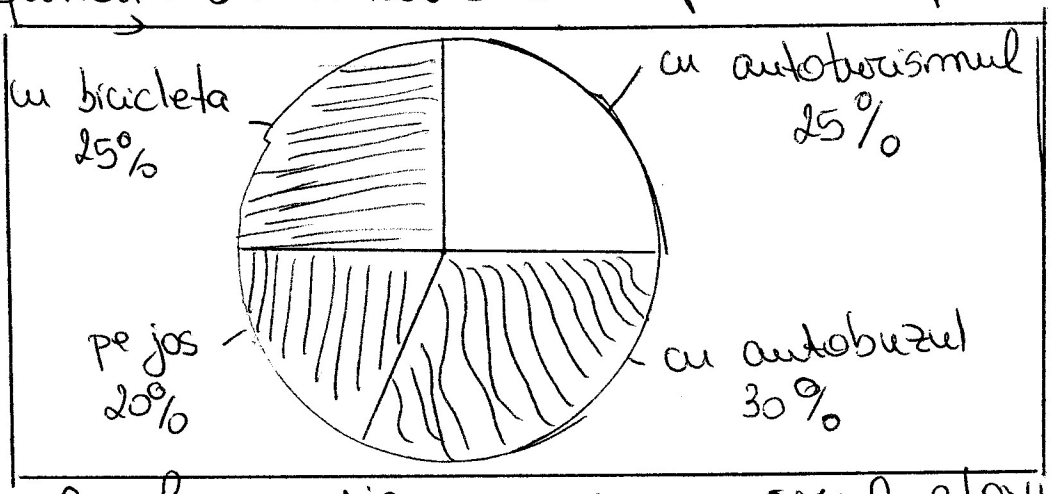
$\Rightarrow$ răspuns corect **60**

I.5. În figura 1 este reprezentat un tetraedru regulat ABCD cu AB = 6 cm. Suma lungimilor tuturor muchiilor tetraedrului este egală cu ... cm



Cum ABCD tetraedru regulat
$\Rightarrow$ toate fețele sunt echilaterale
$\Rightarrow$ toate laturile egale
suma este 6+6+6+6+6+6
$= 6 \cdot 6 = 36$ cm $\Rightarrow$ răspuns corect **36**

I.6. În diagrama de mai jos este reprezentată repartiția celor 400 de elevi ai unei școli, în funcție de modul de deplasare spre școală.

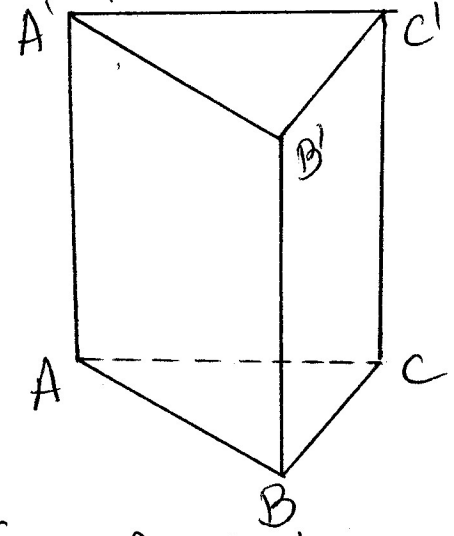


Conform diagramei, numărul elevilor care se deplasează spre școală cu bicicleta este egal cu ...

$\frac{25}{100} \cdot 400 = \frac{25 \cdot 400}{100} = 100$ elevi

$\Rightarrow$ răspuns corect **100**

II.1. Desenați, pe foaia de examen, o prismă dreaptă $ABCA'B'C'$ cu baza triunghiul echilateral ABC



Obs1. Dacă nu notăm sau nu trasăm liniile punctate, eram depunctați

II.2. Arătați că media geometrică a numerelor $a = 0,36$ și $b = 0,25$ este egală cu $\frac{3}{10}$

E1) $0,36 = \frac{36^{\,|4}}{100} = \frac{9}{25}$; $b = 0,25 = \frac{25^{\,|25}}{100} = \frac{1}{4}$

E2) $mg = \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{\frac{9}{25} \cdot \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{9}{100}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{100}} = \frac{3}{10}$

II.3. Un turist a parcurs un traseu în două zile. În prima zi a parcurs $\frac{3}{5}$ din lungimea traseului, iar a doua zi restul de 12 km. Calculați lungimea traseului parcurs de turist în cele două zile.

E1) Notăm întreg traseul cu x

E2) I zi: $\frac{3}{5} \cdot x = \frac{3x}{5}$; II zi: 12 km

E3) Întreg traseul este format din cele două zile

$$I_{zi} + II_{zi} = x$$

$$\frac{3x}{5} + {}^{5\!/}12 = {}^{5\!/}x \mid \cdot 5$$

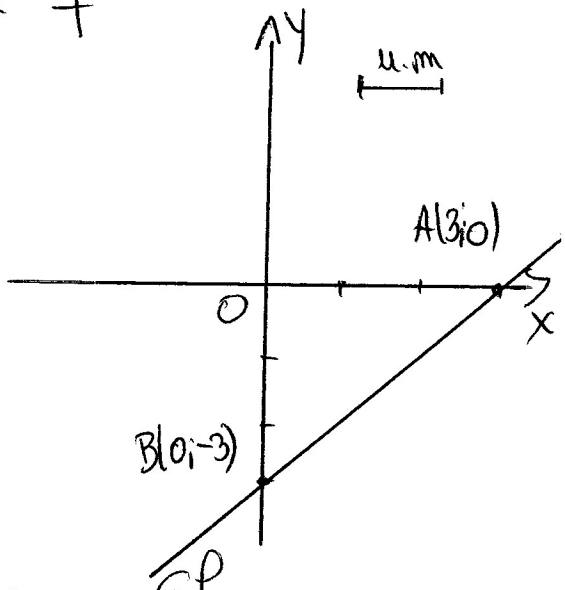
$$3x + 60 = 5x \Rightarrow 5x - 3x = 60$$

$$2x = 60$$

$$x = 30 \text{ km}$$

II. 4. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$; $f(x)=x-3$

a) Reprezentați grafic funcția f



E1) $\cap Ox \Rightarrow y=0 \Rightarrow f(x)=0$

$x-3=0 \Rightarrow x=3 \Rightarrow A(3;0)$

E2) $\cap Oy \Rightarrow x=0 \Rightarrow f(0)=0-3=-3$

$\Rightarrow B(0;-3)$

E3) trasarea graficului

b) În triunghiul determinat de Gf și axele sistemului de coordonate xOy, determinați lungimea bisectoarei unghiului drept

Cum $A(3;0)\in Gf \Rightarrow OA=3$
$B(0;-3)\in Gf \Rightarrow OB=3$
$\Rightarrow \Delta AOB$ dreptunghic isoscel

E2) ΔAOB isoscel, OM - bisectoare $\Rightarrow OM$ - înălțime $\Rightarrow OM=\frac{C_1\cdot C_2}{ip}$

E3) Cu T.P în ΔAOB dr $\Rightarrow AB^2=AO^2+BO^2$

$AB^2=9+9 \Rightarrow AB^2=18 \Rightarrow AB=3\sqrt{2}$

$OM=\frac{3\cdot 3}{3\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

II. 5. Se consideră expresia $E(x)=\frac{2x^2-18}{x^2+6x+9}:\frac{10(x-3)}{5x+15}$

unde $x\in\mathbb{R}$, $x\neq 3$, $x\neq -3$. Arătați că $E(x)=1$ pentru orice $x\in\mathbb{R}\setminus\{-3;3\}$

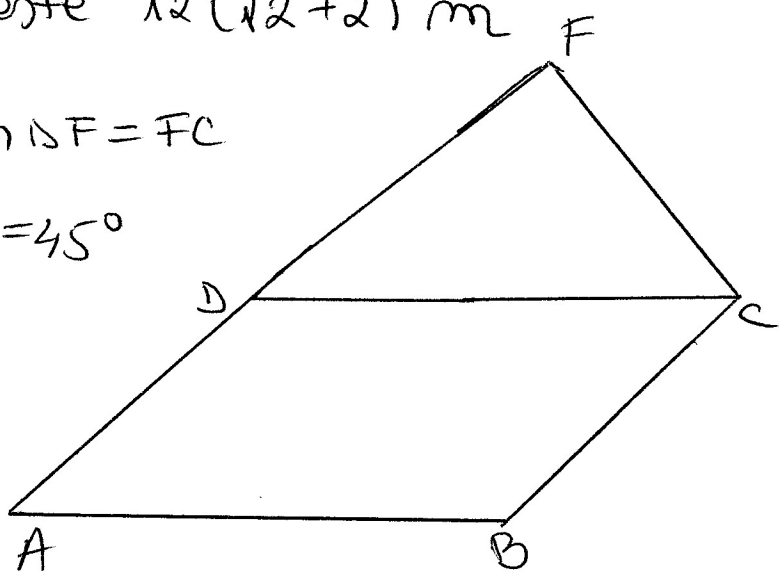
E1) $\frac{2x^2-18}{x^2+6x+9}=\frac{2(x^2-9)}{(x+3)^2}=\frac{2(x-3)(x+3)}{(x+3)^2}=\frac{2(x-3)}{x+3}$

E2) $\frac{10(x-3)}{5x+15}=\frac{10(x-3)}{5(x+3)}=\frac{2(x-3)}{x+3} \Rightarrow E(x)=\frac{2(x-3)}{x+3}:\frac{2(x-3)}{x+3}$

$\Rightarrow E(x)=1$

III. 1. Figura 2 reprezintă schița unui teren. Patrulaterul ABCD este paralelogram cu $AB = 12\sqrt{2}$ cm, $BC = 12$ m, $m(\sphericalangle BAD) = 45^\circ$ și ΔDCF dreptunghic isoscel cu $m(\sphericalangle DFC) = 90^\circ$

a) Arătați că $P_{\Delta DCF}$ este $12(\sqrt{2}+2)$ m



E1) ΔDFC dr. isoscel $\Rightarrow DF = FC$

$m(\sphericalangle FDC) = m(\sphericalangle FCD) = 45^\circ$

E2) $\sin(\sphericalangle FDC) = \frac{FC}{DC}$

$\sin 45^\circ = \frac{FC}{12\sqrt{2}}$

$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{FC}{12\sqrt{2}}$

$\Rightarrow FC = \frac{12\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2} \Rightarrow FC = 12$ cm

$P_{\Delta DCF} = DC + DF + CF = 12\sqrt{2} + 12 + 12 = 24 + 12\sqrt{2} = 12(\sqrt{2}+2)$ m

b) Arătați că Aria terenului este 216 m^2

E1) $A_{teren} = A_{ABCD} + A_{DFC}$

E2) $A_{DFC} = \frac{C_1 \cdot C_2}{2} = \frac{12\cdot 12}{2} = \frac{144}{2} = 72\ m^2$

E2) $A_{ABCD} = C_1 \cdot C_2 \sin(\sphericalangle BAD) = AB \cdot AD \cdot \sin 45^\circ$

$\Rightarrow A_{ABCD} = 12\sqrt{2} \cdot 12 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{144\cdot 2}{2} = 144\ m^2$

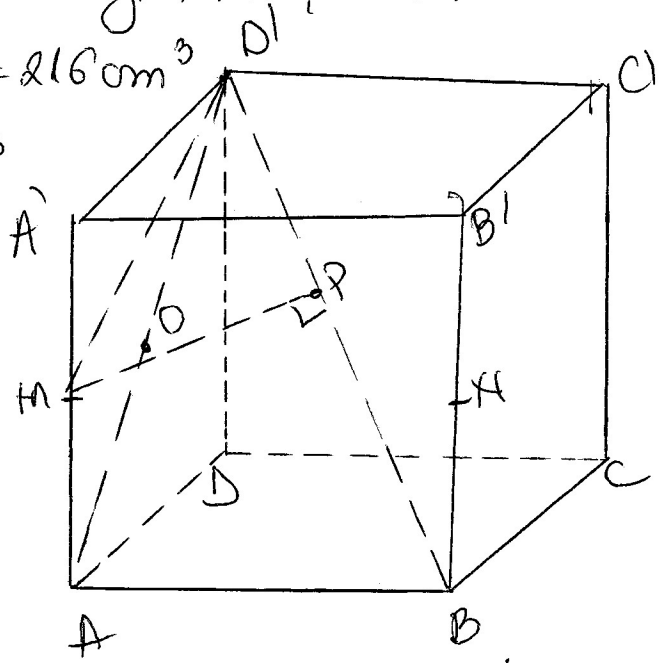
E3) $A_{teren} = 72 + 144 = 216\ m^2$

c) Demonstrați că dreptele CD și BF sunt perpend.

E1) Cum ΔDFC - dr is $\Rightarrow m(\sphericalangle FDC) = 45^\circ$
Cum ABCD paral $\Rightarrow m(\sphericalangle A) = m(\sphericalangle BCD) = 45^\circ$ $\Rightarrow$
$DF \parallel BC$ ($\sphericalangle DFC$ și $\sphericalangle BCD$ alterne interne)

E2) Obținem că BCFD paral. ($FD = BC$) $\Rightarrow$
Dar $DF = FC = 12$ cm $\Rightarrow$ BCFD romb $\Rightarrow$ $DC \perp BF$

III. 2. În figura 3 este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB = 6cm$. M, N – mijloacele segm. AA' și BB'.



a) Arătați că $V_{ABCDA'B'C'D'} = 216cm^3$

$V_{cub} = l^3 = 6^3 = 36 \cdot 6 = 216cm^3$

b) Dem. că BM și CO sunt coplanare, unde O este mijlocul segm. AD'

E1) O – mij AD', M – mij AA' $\Rightarrow$ MO – l.m în $\Delta AA'D'$

$\Rightarrow MO \parallel AD'$

E2) Cum $A'D' \parallel BC \Rightarrow MO \parallel BC \Rightarrow$ MO și BC coplanare

E3) Obținem că BM și CO sunt coplanare

c) Calculați valoarea tangentei $\measuredangle$ determinat de BD' și $C'N$

E1) Cum $(BCC') \parallel (ADD') \Rightarrow C'N \parallel D'M$

E2) $m(\measuredangle(C'N, BD)) = m(\measuredangle(MD', BD')) = m(\measuredangle BD'M)$

E3) BD' diagonală $\Rightarrow BD' = 6\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$ cm

E4) M – mij lui $AA' \Rightarrow A'M = 3cm$

Cu TP în $\Delta A'M$ – dr $\Rightarrow D'M^2 = D'A'^2 + A'M^2$

$\Rightarrow D'M^2 = 36 + 9 \Rightarrow D'M = 45 \Rightarrow D'M = 3\sqrt{5}$ cm

E5) Obținem că $MB = 3\sqrt{5}$ cm $\Rightarrow \Delta D'MB$ isoscel

$\Rightarrow MP \perp D'B \Rightarrow \Delta PD'M$ – dr $\Rightarrow$ P – mij lui $D'B$

E6) Cu TP în $D'MP \Rightarrow D'M^2 = MP^2 + D'P^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow MP^2 = 45 - \left(\frac{6\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 18$

$\Rightarrow MP = 3\sqrt{2} \Rightarrow tg(\measuredangle PD'M) = \frac{MP}{D'P} = \frac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$