EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Anul şcolar 2016 - 2017
Matematică

Model

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $10+(3+7):10$ este egal cu … .

5p **2.** Şase caiete de acelaşi fel costă în total 18 lei. Trei dintre aceste caiete costă în total … lei.

5p **3.** Cel mai mare număr natural de două cifre este egal cu … .

5p **4.** În triunghiul echilateral ABC, măsura unghiului ABC este egală cu … °.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentat un tetraedru regulat $ABCD$, cu $BC=5\text{cm}$. Suma lungimilor tuturor muchiilor tetraedrului $ABCD$ este egală cu … cm.

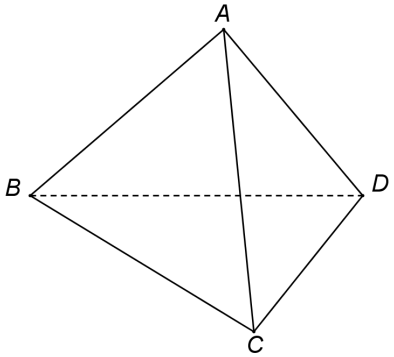
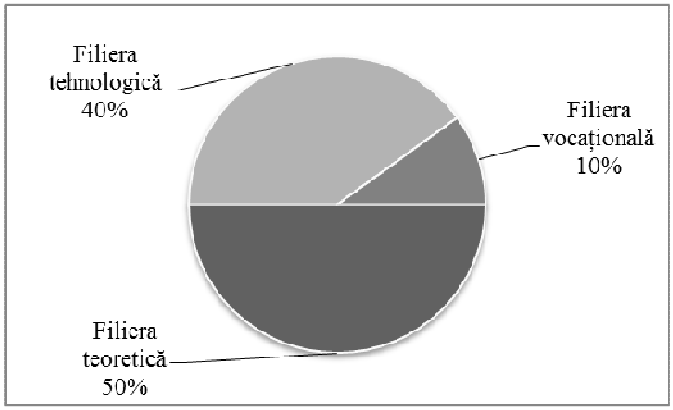


Figura 1

5p **6.** În diagrama de mai jos este prezentată repartiţia celor 30 de elevi ai unei clase a VIII-a, după opţiunile lor referitoare la continuarea studiilor.



Conform diagramei, numărul elevilor din clasă care au optat pentru filiera teoretică este egal cu … .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un cub $ABCDA'B'C'D'$.

5p **2.** Calculaţi media geometrică a numerelor $a=3^{100}:3^{98}$ şi $b=3\cdot 2-2$.

5p **3.** Numerele x şi y sunt direct proporţionale cu numerele 5 şi 4. Determinaţi numerele x şi y, ştiind că suma lor este egală cu 54.

4. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-4$.

5p **a)** Reprezentaţi grafic funcţia f într-un sistem de coordonate xOy.

5p **b)** În triunghiul determinat de graficul funcţiei f şi axele sistemului de coordonate xOy, calculaţi lungimea medianei corespunzătoare ipotenuzei.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=\dfrac{(x-2)^2-2(x-2)+1}{x^2-9}\cdot\dfrac{x+3}{x-3}$, unde x este număr real, $x\neq -3$ şi $x\neq 3$. Arătaţi că $E(x)=1$, pentru orice x număr real, $x\neq -3$ şi $x\neq 3$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

1. *Figura 2* este schiţa unui teren în formă de trapez dreptunghic $ABCD$, cu $AB\parallel CD$, $AD\perp AB$, $AB=100$ m, $CD=60$ m şi $AD=40\sqrt{3}$ m. Segmentul CE, unde $E\in(AB)$, împarte suprafaţa trapezului $ABCD$ în două suprafeţe cu arii egale.

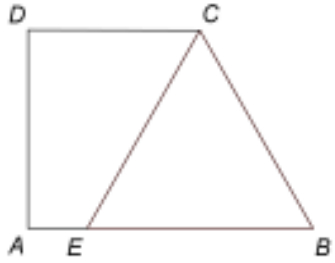


Figura 2

5p **a)** Arătaţi că aria trapezului $ABCD$ este egală cu $3200\sqrt{3}$ m^2.

5p **b)** Calculaţi măsura unghiului BCD.

5p **c)** Demonstraţi că triunghiul CEB este echilateral.

2. În *Figura 3* este reprezentat un con circular drept, cu secţiunea axială VAB, raza bazei $OA=3$ cm şi înălţimea $VO=4$ cm.

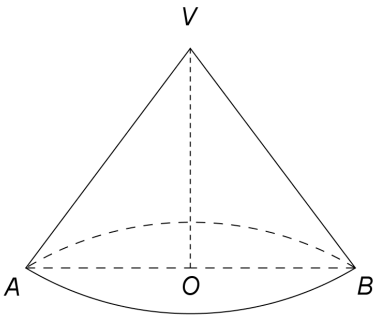


Figura 3

5p **a)** Arătaţi că aria bazei conului este egală cu 9π cm^2.

5p **b)** Calculaţi aria laterală a conului.

5p **c)** Pe cercul de centru O şi rază OA se consideră un punct C, astfel încât $m(\sphericalangle BOC)=90°$. Demonstraţi că distanţa de la punctul O la planul (VBC) este egală cu $\dfrac{12\sqrt{41}}{41}$ cm.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a

Anul şcolar 2016 - 2017

Matematică

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	11	**5p**
2.	9	**5p**
3.	99	**5p**
4.	60	**5p**
5.	30	**5p**
6.	15	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează cubul Notează cubul	**4p** **1p**
2.	$m_g=\sqrt{ab}=\sqrt{3^2(6-2)}=$ $=\sqrt{3^2\cdot 4}=6$	**3p** **2p**
3.	$\frac{x}{5}=\frac{y}{4}=\frac{x+y}{5+4}=\frac{54}{9}=6\Rightarrow x=30$ $y=24$	**3p** **2p**
4.	**a)** Reprezentarea unui punct care aparţine graficului funcţiei f Reprezentarea altui punct care aparţine graficului funcţiei f Trasarea graficului funcţiei f	**2p** **2p** **1p**
	b) $OM=2$, unde M este punctul de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Ox $ON=4$, unde N este punctul de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Oy Cum ΔMON este dreptunghic în O, obţinem $MN=2\sqrt{5}$, deci lungimea medianei corespunzătoare ipotenuzei este egală cu $\sqrt{5}$	**1p** **1p** **3p**
5.	$(x-2)^2-2(x-2)+1=(x-3)^2$ $x^2-9=(x-3)(x+3)$ $E(x)=\frac{(x-3)^2}{(x-3)(x+3)}\cdot\frac{x+3}{x-3}=1$, pentru orice x număr real, $x\neq -3$ şi $x\neq 3$	**2p** **2p** **1p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $\mathcal{A}_{ABCD}=\frac{(AB+CD)\cdot AD}{2}=$ $=\frac{(100+60)\cdot 40\sqrt{3}}{2}=3200\sqrt{3}\ \text{m}^2$	**2p** **3p**

	b) $CM = 40\sqrt{3}$ m, unde $M \in (AB)$ astfel încât $CM \perp AB$	**1p**
	$MB = 40$ m şi, cum ΔBCM este dreptunghic, obţinem $BC = 80$ m şi $m(\sphericalangle BCM) = 30°$	**3p**
	$m(\sphericalangle BCD) = m(\sphericalangle BCM) + m(\sphericalangle MCD) = 30° + 90° = 120°$	**1p**
	c) $ABCD$ trapez $\Rightarrow m(\sphericalangle ABC) = 180° - m(\sphericalangle BCD) = 180° - 120° = 60°$	**1p**
	$\mathcal{A}_{\Delta CEB} = \frac{1}{2} \cdot \mathcal{A}_{ABCD} \Rightarrow \frac{EB \cdot 40\sqrt{3}}{2} = 1600\sqrt{3}$, de unde obţinem $EB = 80$ m	**2p**
	Cum $EB = BC$ şi $m(\sphericalangle EBC) = 60° \Rightarrow \Delta CEB$ este echilateral	**2p**
2.	**a)** $\mathcal{A}_{\text{bazei}} = \pi \cdot OA^2 =$	**2p**
	$= \pi \cdot 3^2 = 9\pi$ cm^2	**3p**
	b) $AV = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ cm	**2p**
	$\mathcal{A}_{\text{laterală}} = \pi \cdot 3 \cdot 5 = 15\pi$ cm^2	**3p**
	c) $ON \perp (VBC)$, $N \in (VBC)$ şi $BC \subset (VBC) \Rightarrow BC \perp ON$	**1p**
	$BC \perp VO$, $ON \cap VO = \{O\} \Rightarrow BC \perp (VON) \Rightarrow BC \perp VN$ şi, pentru $\{M\} = VN \cap BC$, obţinem că punctul M este mijlocul segmentului BC	**1p**
	$VM = \frac{\sqrt{82}}{2}$ cm, $OM = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ cm şi ON este înălţime în ΔVOM dreptunghic în O, deci $ON = \frac{VO \cdot OM}{VM} = \frac{12}{\sqrt{41}} = \frac{12\sqrt{41}}{41}$ cm	**3p**

I.1. Rezultatul calculului $10+(3+7):10$ este egal cu ...

$10+(3+7):10 = 10+10:10 = 10+1 = 11$

$\Rightarrow$ răspuns corect $\boxed{1}$

I.2. Șase caiete de același fel costă 18 lei. Trei dintre acestea costă în total ... lei

Ni se cere jumătate din cantitate $\Rightarrow$

$18:2 = 9$ lei $\Rightarrow$ răspuns corect $\boxed{9}$

I.3 Cel mai mare număr natural de două cifre este egal cu ...

Observăm că nu mi se cer cifre diferite

$\Rightarrow$ cel mai mare este 99.

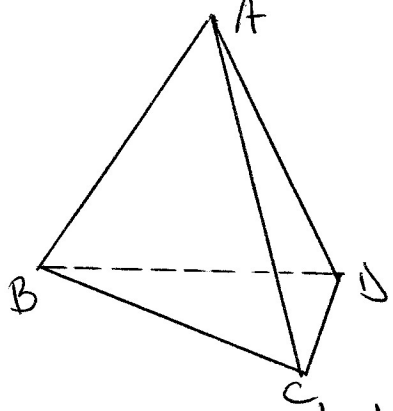
$\Rightarrow$ răspuns corect $\boxed{99}$

I.4. În triunghiul echilateral ABC, măsura unghiului ABC este egală cu ... °

Cum ΔABC echilateral $\Rightarrow$ toate unghiurile sunt egale $\Rightarrow m(\sphericalangle ABC) = 60°$.

răspuns corect **60**

I.5. În figura 1 este reprezentat un tetraedru regulat ABCD, cu $BC = 5$ cm. Suma tuturor lungimilor muchiilor tetraedrului ABCD este egală cu ... cm.

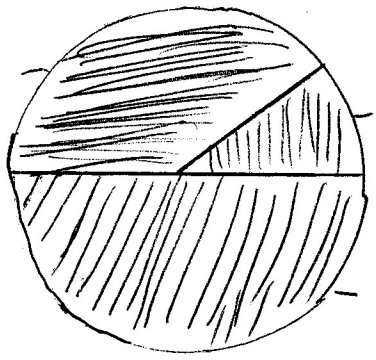


Cum ABCD tetraedru regulat $\Rightarrow$ toate muchiile sunt egale

$5 \cdot 6 = 30$ cm

$\Rightarrow$ răspuns corect **30**

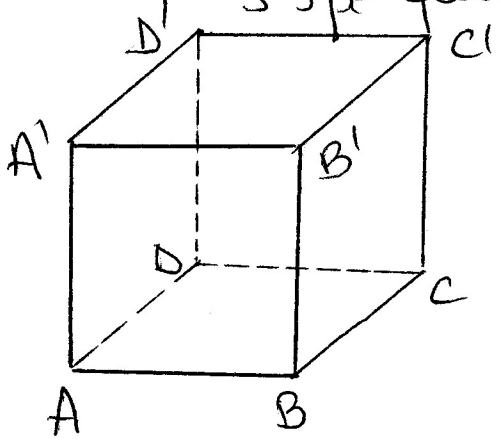
I.6. În diagrama de mai jos este prezentată repartiția celor 30 de elevi ai unei clase a VIII-a, după opțiunile lor referitoare la continuarea studiilor



Conform diagramei, numărul elevilor din clasă care au optat pentru filiera teoretică este egal cu ...

50% din $30 = \frac{50}{100} \cdot 30 = 15$ elevi $\Rightarrow$ răspuns corect 15

II.1. Desenați, pe foaia de examen, un cub $ABCDA'B'C'D'$



Obs. Dacă nu faceam liniile punctate, eram depunctați

II.2. Calculați media geometrică a numerelor

$a = 3^{100} : 3^{98}$ și $b = 3 \cdot 2 - 2$

E1) $a = 3^{100} : 3^{98} = 3^{100-98} = 3^2 = 9$

E2) $b = 3 \cdot 2 - 2 = 6 - 2 = 4$

E3) $mg = \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{9 \cdot 4} = \sqrt{36} = 6$

II.3. Numerele x și y sunt direct proporționale cu 4 și 5. Determinați numerele x și y știind că suma lor este egală cu 54.

E1) $\{x; y\}$ d.p. $\{5; 4\}$

$x + y = 54$

E2) $\frac{x}{5} = \frac{y}{4} = k \Rightarrow \frac{x}{5} = k \Rightarrow x = 5k$

$\frac{y}{4} = k \Rightarrow y = 4k$

E3) Înlocuim în $x + y = 54 \Rightarrow 5k + 4k = 54$

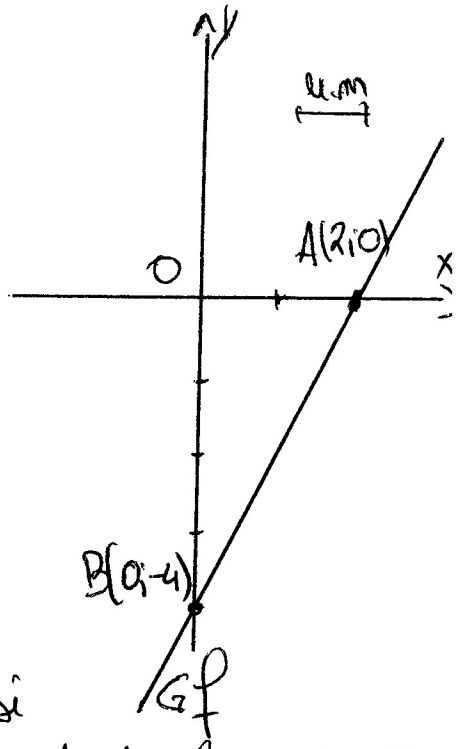
$9k = 54 \Rightarrow k = 6$

E4) $x = 5k \Rightarrow x = 30$

$y = 4k \Rightarrow y = 24$

II.4. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$; $f(x)=2x-4$

a) Reprezentați grafic funcția f



E1) $\cap Ox \Rightarrow y=0 \Rightarrow f(x)=2x-4=0$

$2x-4=0 \Rightarrow 2x=4 \Rightarrow x=2$

$\Rightarrow A=(2;0)$

$\cap Oy \Rightarrow x=0 \Rightarrow f(0)=2\cdot 0-4=-4$

$\Rightarrow B(0;-4)$

E2) Trasarea graficului

b) În triunghiul determinat de G_f și axele sistemului de coordonate, calculați lungimea medianei corespunzătoare ipotenuzei.

E1) $A(2;0)\in G_f \Rightarrow OA=2$

$B(0;-4)\in G_f \Rightarrow OB=4$

E2) Cu TP în $\Delta AOB \Rightarrow AB^2=OA^2+OB^2$

$AB^2=4+16 \Rightarrow AB=\sqrt{20} \Rightarrow AB=2\sqrt{5}$

E3) Știm că mediana $=\frac{ip}{2}=\frac{2\sqrt{5}}{2}=\sqrt{5}$

II.5. Se consideră expresia $E(x)=\frac{(x-2)^2-2(x-2)+1}{x^2-9}\cdot\frac{x+3}{x-3}$

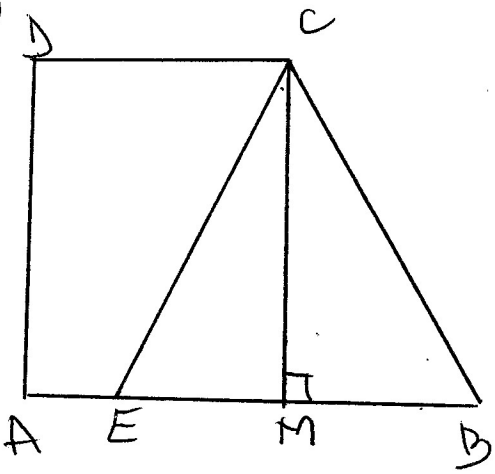
unde $x\in\mathbb{R}$, $x\neq 3$, $x\neq -3$. Arătați că $E(x)=1$, pentru orice $x\in\mathbb{R}\setminus\{3;-3\}$

E1) $\frac{(x-2)^2-2(x-2)+1}{x^2-9}=\frac{x^2-4x+4-2x+4+1}{(x-3)(x+3)}=\frac{x^2-6x+9}{(x-3)(x+3)}$

$=\frac{(x-3)^2}{(x-3)(x+3)}=\frac{x-3}{x+3}$

E2) $E(x)=\frac{x-3}{x+3}\cdot\frac{x+3}{x-3}=1$

III. 1. Figura 2 este schița unui teren în formă de trapez dreptunghic $ABCD$, cu $AB \parallel CD$ și $AD \perp AB$, $AB = 100\,m$, $CD = 60\,m$ și $AD = 40\sqrt{3}\,m$. Segmentul CE, $E \in (AB)$ împarte suprafața $ABCD$ în două suprafețe cu arii egale.



a) Arătați că $\mathcal{A}_{ABCD}$ este $3200\sqrt{3}\,m^2$

$$\mathcal{A}_{ABCD} = \frac{(B+b)\cdot h}{2} = \frac{(AB+CD)\cdot AD}{2}$$

$$= \frac{(100+60)\cdot 40\sqrt{3}}{2} = \frac{160\cdot 40\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \mathcal{A}_{ABCD} = 3200\sqrt{3}\,m^2$$

b) Calculați măsura unghiului BCD

E1) Fie $CM \perp AB$, $M \in (AB) \Rightarrow CM\,AD$ - dreptunghi $\Rightarrow$ $CM = AD = 40\sqrt{3}\,m$

E2) $DC = AM = 60\,m \Rightarrow BM = AB - AM = 100 - 60\,m = 40\,m$

E3) În ΔCMB dr, cu TP $\Rightarrow CB^2 = CM^2 + MB^2 \Rightarrow BC^2 = (40\sqrt{3})^2 + 40^2$

$\Rightarrow BC^2 = 6400 \Rightarrow BC = 80\,m$.

E4) Cum $MB = \frac{BC}{2} \Rightarrow m(\sphericalangle MCB) = 30^\circ$

E5) $m(\sphericalangle BCD) = m(\sphericalangle BCM) + m(\sphericalangle MCD) = 30^\circ + 90^\circ = 120^\circ$

c) Demonstrați că triunghiul CEB este echilateral

E1) Cum ΔCMB dr, $m(\sphericalangle MCB) = 30^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle CBE) = 60^\circ$

E2) Cum CE împarte aria $\Rightarrow \mathcal{A}_{\Delta ECB} = \frac{\mathcal{A}_{ABCD}}{2}$

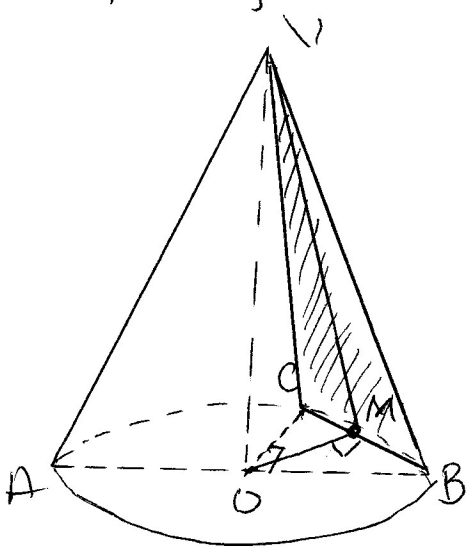
$\Rightarrow \mathcal{A}_{\Delta ECB} = \frac{3200\sqrt{3}}{2} = 1600\sqrt{3}\,m^2$

E3) Aflăm EB, $\mathcal{A}_{\Delta CEB} = \frac{EB\cdot CM}{2} \Rightarrow 1600\sqrt{3} = \frac{EB\cdot 40\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow EB = \frac{2\cdot 1600\sqrt{3}}{40\sqrt{3}} = 80\,m$

$\Rightarrow EB = 80\,m$, $BC = 80\,m$, $m(\sphericalangle CBE) = 60^\circ \Rightarrow \Delta CEB$ echilateral

III. 2. În figura 3 este reprezentat un con circular drept, cu secțiunea axială VAB, raza bazei OA și înălțimea $VO = 4$ cm, $OA = 3$ cm



a) Arătați că A_b este 9π cm^2

$A_b = A_O = \pi R^2 = 3^2\pi = 9\pi$ cm^2

b) Calculați aria laterală a conului.

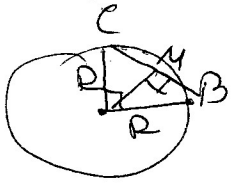
E1) $VO \perp$ (planul bazei) $\Rightarrow VO \perp AO$
$OA \subset$ (planul bazei)

E2) Cu TP în $\triangle VOA \Rightarrow VA^2 = AO^2 + VO^2$

$\Rightarrow VA^2 = 16 + 9 \Rightarrow VA = 5$ cm

E3) $A_l = \frac{P_b \cdot G}{2} = \frac{2\pi R \cdot VA}{2} = 3\pi \cdot 5 = 15\pi$ cm^2

c) Pe cercul de centru O și rază OA se consideră un punct C astfel încât $m(\sphericalangle BOC) = 90°$. Demonstrați că $d(O,(VBC)) = \frac{12\sqrt{41}}{41}$



E1) Fie $OM \perp BC$, $M \in (BC)$

E2) $VO \perp (OBC)$
$OM \perp BC$ $\Rightarrow$ TT3 $\Rightarrow VM \perp BC$
$OM, BC \subset (OBC)$

E3) $OP \perp VM$, $P \in (VM)$, (1) avem nevoie de $O \perp BC$ (o dr. este $\perp$ pe un plan dacă este $\perp$ pe două dr. concurente din acel plan)

E4) $BC \perp OM$
$BC \perp VM$
$OM \cap VM = \{M\}$ $\Rightarrow$ $BC \perp (VOM)$ $\Rightarrow BC \perp OP$ (2)
$OM, VM \subset (VOM)$ $OP \subset (VOM)$

E5) Din (1) și (2) și $VM \cap BC = \{M\}$, $M \in VM$, $BC \subset (VBC) \Rightarrow$
$\Rightarrow OP \perp (VBC)$

E6) În $\triangle BOC$ - dr. $\Rightarrow BC^2 = OC^2 + OB^2 \Rightarrow BC = 3\sqrt{2}$ cm.
OM - mediană $\Rightarrow OM = \frac{BC}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ cm

E7) În $\triangle VOM$ - dr. $\Rightarrow VM^2 = VO^2 + OM^2 \Rightarrow VM = \frac{\sqrt{82}}{2}$ cm

E8) OP înălțime în $\triangle VOM \Rightarrow OP = \frac{c_1 c_2}{ip} \Rightarrow$

$OP = \frac{4 \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{82}}{2}} \Rightarrow OP = \frac{12\sqrt{2}}{\sqrt{82}} \cdot \frac{\sqrt{41}}{\sqrt{41}} \Rightarrow OP = \frac{12\sqrt{41}}{41}$ cm