Capitolul X
UNGHIURI

1) Punctul: Nu are lungime, nu are lăţime, nu are înălţime (se reprezintă punând vârful unui creion)

Obs.: Punctele se notează cu litere mari ale alfabetului $A, B, ...$

Obs.2: Există puncte distincte (nu sunt situate în acelaşi loc) şi puncte confundate(coincid), sunt situate în acelaşi loc.

Exp.:



2) Dreapta: - este cel mai scurt drum între 2 puncte şi este prelungită în ambele capete la infinit. Are lungime, nu are lăţime, nu are înălţime.

Obs.: dreapta se notează cu litere mici ale alfabetului $a, b, c, d, ...$ sau, în ipoteza în care ştim două puncte ale dreptei, o putem nota prin punctele respective, adică $AB, CD, etc...$



3) Semidrepta – este mulţimea punctelor dintr-o dreaptă mărginită doar la un capăt. Capătul în care este mărginită se numeşte **originea semidreptei**. Există semidrepte deschise şi semidrepte închise. Pentru a nota o semidreaptă trebuie să cunoaştem originea şi încă un punct oarecare al semidreptei.

Exp: $(AB$ este semidreapta deschisă, porneşte din A, nu îl conţine pe A, şi merge în direcţia lui B către infinit

$[CD$ este semidreapta închisă, porneşte din C, îl conţine pe C, şi merge în direcţia lui D către infinit



4) Segmente - este mulţimea punctelor dintr-o dreaptă mărginită la ambele capete Există segmente închise, deschise, semideschise.

Exp: (AB) este segment deschis, nu conţine pe A, nu conţine pe B, conţine toată porţiunea dintre A şi B

$[AB]$ este segment închis, conţine pe A, conţine pe B, conţine toată porţiunea dintre A şi B

$[AB)$ este segment semideschis, conţine pe A, nu conţine pe B, conţine toată porţiunea dintre A şi B

$(AB]$ este segment semideschis, nu conţine pe A, conţine pe B, conţine toată porţiunea dintre A şi B

Obs.: Reprezentarea geometrică a semidreptelor şi a dreptelor se face asemănător intervalelor

*Exp.*reprezentaţi: a) segmentul semideschis $[AB)$

b)segmentul deschis (CD)

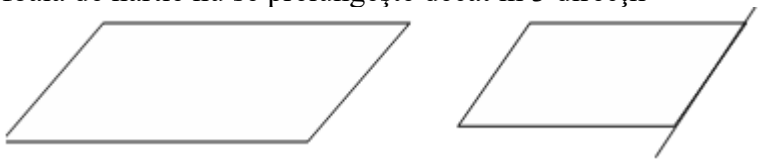
c) segmentul închis $[EF]$

d) segmentul semideschis $(GH]$

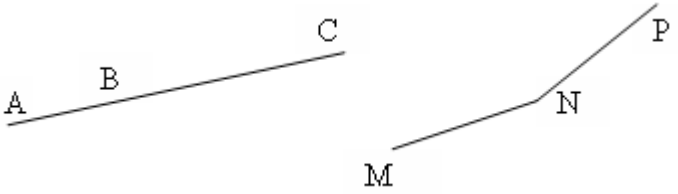


5) Plan: este asemeni unei foi de hârtie prelungită în toate direcţiile la infinit. Are lungime, are lăţime, nu are înălţime. Se notează cu litere greceşti α -alpha, β -beta, etc.

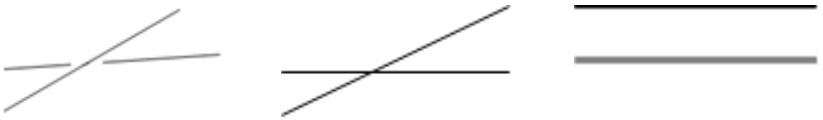
Obs.: **semiplan** – este porţiunea din plan delimitată de o dreaptă, adică "foaia de hârtie nu se prelungeşte decât în 3 direcţii"



6) Puncte coliniare – sunt situate pe aceeaşi dreaptă
Puncte necoliniare – nu sunt sitaute pe aceeaşi dreaptă.
Exp.: A, B, C sunt puncte coliniare, iar M, N, P sunt puncte necoliniare.

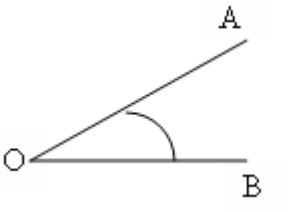


7) Drepte coplanare, necoplanare, concurente, confundate, paralele
a)drepte coplanare - sunt drepte situate în acelaşi plan
b) drepte necoplanare – drepte care nu sunt situate în acelaşi plan
c)drepte concurente – intersecţia lor este formată dintr-un singur punct
d)drepte confundate(coincid) – sunt drepte care se suprapun
e)drepte paralele – sunt drepte coplanare care nu sunt concurente
Exp.:



drepte necoplanare drepte concurente drepte paralele

8) Unghiul – este figura geometrică formată din două semidrepte cu aceeaşi origine. Cele două semidrepte se numesc laturile unghiului, iar originea lor comună se numeşte vârful unghiului. Unghiul se notează $\sphericalangle AOB$ sau, dacă nu există mai multe unghiuri cu vârful în O, se notează $\sphericalangle O$



9) Măsura unui unghi – este deschizătura dintre laturile unghiului (de fapt măsurăm arcul cercului cu centru în vârful unghiului), spus pe înţelesul tuturor este deschizătura unei foarfeci.

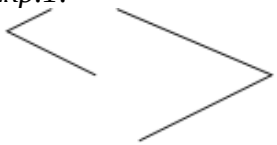
Obs.: dacă avem desenat un unghi şi ni se cere măsurarea lui, nu contează cât de lungi sunt laturile unghiului ci doar cât de mare e deschizătura dintre ele.

Obs.2: un unghi se măsoară cu RAPORTORUL, pe raportor sunt trecute grade. 1 grad se notează 1°.

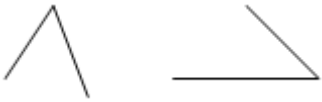
Obs.3: $1^\circ = 60\min$, $1\min = 60s$

10) Unghiuri congruente – sunt unghiuri care au aceeaşi măsură. Nu contează lungimea laturilor, nici poziţia unghiului. Unghiurile din exemplele următoare sunt congruente.

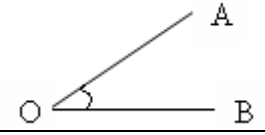
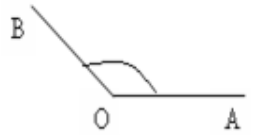
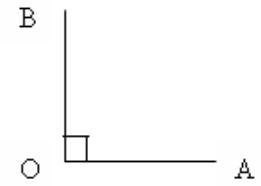
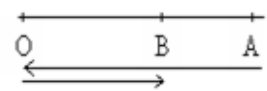
Exp.1:

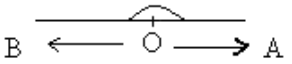


Exp.2:

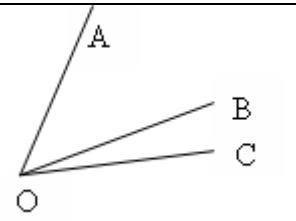


11) Clasificarea unghiurilor în funcţie de măsura lor:

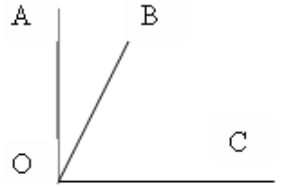
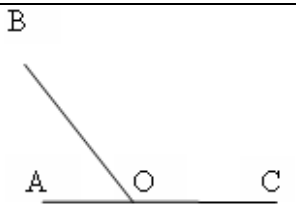
Unghi ascuţit $m(\sphericalangle AOB) < 90^\circ$	
Unghi obtuz $m(\sphericalangle AOB) > 90^\circ$	
Unghi drept $m(\sphericalangle AOB) = 90^\circ$	
Unghi nul – are măsura 0°, laturile lui se confundă, $m(\sphericalangle AOB) = 0^\circ$	

Unghi alungit – are măsura 180°, laturile lui sunt semidrepte opuse $m(\sphericalangle AOB)=180^\circ$	

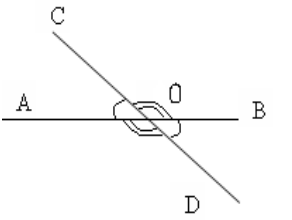
12) Unghiuri adiacente

Unghiuri adiacente – au o latură comună, au un vârf comun iar celelalte doua laturi sunt de-o parte şi de cealaltă a laturii cumune Unghiurile $\sphericalangle AOB$ şi $\sphericalangle BOC$ sunt adiacente	

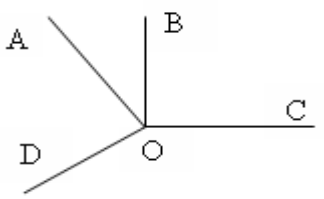
13) Unghiuri complementare, unghiuri suplementare

Unghiuri complementare – au suma măsurilor egală cu 90°, $m(\sphericalangle AOB)+m(\sphericalangle BOC)=90^\circ$, două unghiuri complementare nu trebuie neapărat să fie adiacente, trebuie doar să aibă au suma 90°	
Unghiuri suplementare - au suma 180° $m(\sphericalangle AOB)+m(\sphericalangle BOC)=180^\circ$ *Obs.:* două unghiuri suplementare nu trebuie neapărat să fie adiacente, singura condiţie este să aibă au suma 180°	

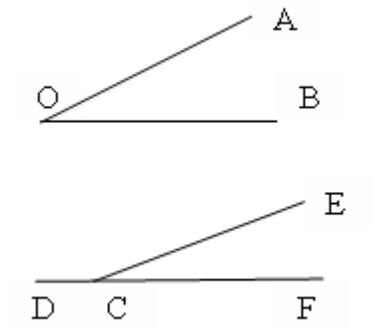
14) Unghiuri opuse la vârf

Unghiuri opuse la vârf – laturile primului unghi sunt în prelungirea laturilor celui de-al doilea unghi $\sphericalangle AOC$ şi $\sphericalangle BOD$ sunt unghiuri opuse la vârf, $\sphericalangle AOD$ şi $\sphericalangle BOC$ sunt unghiuri opuse la vârf	
Obs. Unghiurile opuse la vârf sunt congruente $\sphericalangle AOC \equiv \sphericalangle BOD$ şi $\sphericalangle AOD \equiv \sphericalangle BOC$	

15) Unghiuri în jurul unui punct

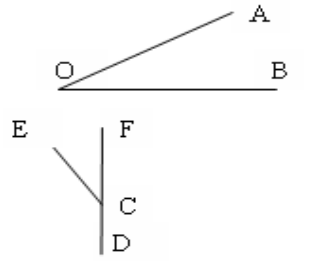
Unghiuri în jurul unui punct – au aceeaşi origine, nu au interior comun şi au suma egală cu 360° $m(\sphericalangle AOB)+m(\sphericalangle BOC)+$ $+m(\sphericalangle COD)+m(\sphericalangle DOA)=360°$	

16) Unghiuri cu laturile respectiv paralele

Unghiuri cu laturile respectiv paralele – laturile primului unghi sunt paralele cu laturile celui de-al doilea unghi, $AO \| EC, BO \| FC$ rezultă că $\sphericalangle AOB$ şi $\sphericalangle ECF$ sunt unghiuri cu laturile respectiv paralele, dar şi $\sphericalangle AOB$ şi $\sphericalangle ECD$ sunt unghiuri cu laturile respectiv paralele	

Obs.: unghiurile cu laturile respectiv paralele sunt congreunte sau suplementare. Dacă ambele unghiuri sunt ascuţite sau ambele unghiuri sunt obtuze, atunci acele unghiuri sunt congruente, iar dacă unul e obtuz iar celălalt ascuţit atunci acele unghiuri sunt suplementare.
Deci, $\sphericalangle AOB \equiv \sphericalangle ECF$ şi $\sphericalangle AOB+\sphericalangle ECD=180°$, adică $\sphericalangle AOB$ şi $\sphericalangle ECD$ sunt suplementare

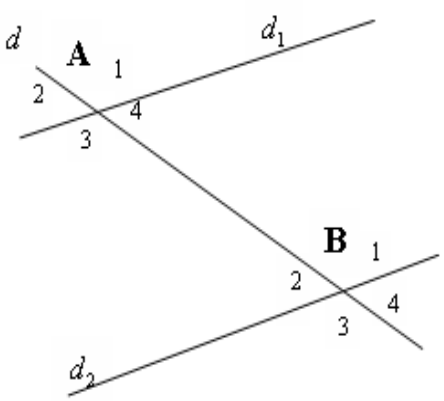
17) Unghiuri cu laturile respectiv perpendiculare

Unghiuri cu laturile respectiv perpendiculare – laturile primului unghi sunt perpendiculare pe laturile celui de-al doilea unghi $AO \perp EC$, $\sphericalangle AOB$ şi $\sphericalangle ECF$ sunt unghiuri cu laturile respectiv perpendiculare, dar şi $\sphericalangle AOB$ şi $\sphericalangle ECD$ sunt unghiuri cu laturile respectiv perpendiculare	

Obs.: unghiurile cu laturile respectiv perpendiculare sunt congreunte sau suplementare. Dacă ambele unghiuri sunt ascuţite sau ambele unghiuri sunt obtuze, atunci acele unghiuri sunt congruente, iar dacă unul e obtuz iar celălalt ascuţit atunci acele unghiuri sunt suplementare, deci $\sphericalangle AOB \equiv \sphericalangle ECF$ şi $\sphericalangle AOB + \sphericalangle ECD = 180°$, adică $\sphericalangle AOB$ şi $\sphericalangle ECD$ sunt suplementare

18) Unghiuri formate de două drepte paralele tăiate de o secantă

Ştim că $d_1 \| d_2$ şi că dreapta d e secantă (intersectează cele două drepte). Se formează următoarele perechi de unghiuri:



a)alterne interne:

$\sphericalangle A_3$ **cu** $\sphericalangle B_1$**;**

$\sphericalangle A_4$ **cu** $\sphericalangle B_2$**;**

b) alterne externe:

$\sphericalangle A_1$ **cu** $\sphericalangle B_3$**;**

$\sphericalangle A_2$ **cu** $\sphericalangle B_4$**;**

c)unghiuri corespondente

$\sphericalangle A_1$ **cu** $\sphericalangle B_1$**;**

$\sphericalangle A_2$ **cu** $\sphericalangle B_2$**;**

$\sphericalangle A_3$ **cu** $\sphericalangle B_3$**;**

$\sphericalangle A_4$ **cu** $\sphericalangle B_4$**;**

d)unghiuri interne de aceeaşi parte a secantei

$\sphericalangle A_4$ **cu** $\sphericalangle B_1$**;**

$\sphericalangle A_3$ **cu** $\sphericalangle B_2$**;**

e)unghiuri externe de aceeaşi parte a secantei

$\sphericalangle A_1$ **cu** $\sphericalangle B_4$**;** $\sphericalangle A_2$ **cu** $\sphericalangle B_3$**;**

Obs.: Dacă $d_1 \| d_2$ şi d e secantă atunci cele două drepte formează:

a) unghiuri alterne interne congruente

b)unghiuri alterne externe congruente

c)unghiuri corespondente congruente
d) unghiuri interne de aceeaşi parte a secantei congruente
e) unghiuri externe de aceeaşi parte a secantei congruente
Obs.:2: e valabil şi reciproc, adică dacă două drepre formează o pereche de unghiuri ce verifică **oricare** din condiţiile de mai sus, $(a,b,c,d$ sau $e)$, atunci cele două drepte sunt paralele

Spre exemplu, dacă avem două drepte ce formează o pereche de unghiuri alterne interne congreunte, atunci cele două drepte sunt paralele

19) Axioma paralelelor-printr-un punct exterior unei drepte putem duce o singură paralelă la acea dreaptă

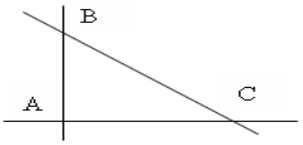
20) Drepte perpendiculare

a* perpendiculară pe *b $\Leftrightarrow a,b$ concurente şi formează un unghi de $90°$ se notează $a \perp b$

21) distanţa de la un punct la o dreaptă - este lungimea perpendicularei din acel punct pe dreapta respectivă

22) Oblica faţă de dreapta d este o dreaptă concurentă cu *d,* care face un unghi diferit de $90°$

Exp.: dreapta $AB \perp AC$, distanţa de la B la dreapta AC este lungimea segmentului AB, iar dreapta BC este oblică faţă de dreapta AC



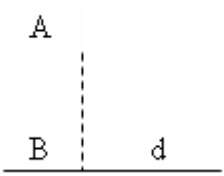
23) Proiecţii ortogonale pe o dreaptă

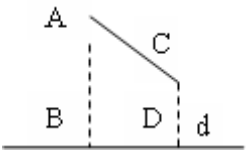
a)proiecţia unui punct pe o dreaptă- este piciorul perpendicularei din acel punct pe dreapta dată

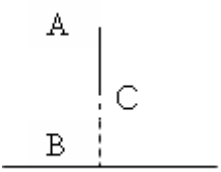
b)proiecţia unui segment pe o dreaptă este segmentul ce are ca şi capete proiecţiile pe dreaptă a capetelor segmentului iniţial

Obs.: proiecţia unui segment perpendicular pe o dreaptă este un punct.

*Exp.:*proiecţia punctului *A* pe dreapta *d* este punctul *B.*	*Exp.:*proiecţia segmentului AC pe dreapta *d* este segmentul BD	*Exp.:*proiecţia segmentului AC pe dreapta *d* este B







24)