CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
Etapa locală, 17 februarie 2018
FILIERA TEORETICĂ - PROFIL REAL - ŞTIINŢE ALE NATURII
SUBIECTE - clasa a IX-a

1. Se consideră mulţimile $A=\{x\in\mathbb{R}\mid x+|2x-6|=4\}$, $B=\left\{x\in\mathbb{Z}\mid \frac{4x-1}{x-1}\in\mathbb{Z}\right\}$ şi $C_n=\{\sqrt{1},\sqrt{2},\sqrt{3},...,\sqrt{n}\}, n\in\mathbb{N}^*$.

(a) Arătaţi că mulţimea $M=A\cap B$ are un singur element;

(b) Determinaţi mulţimea $D=B\cap C_9$;

(c) Determinaţi numerele naturale *n* pentru care mulţimea C_n conţine exact nouă numere naturale.

2. Într-un bazin sunt 72 de pești. Dintre acești pești unii sunt mici, iar alţii sunt mari. Fiecare pește mare mănâncă exact doi pești mici și astfel în bazin rămân doar pești mari. După ce în bazin rămân doar pești mari, se introduc în bazin câțiva pești uriași. Știind că fiecare pește uriaș mănâncă exact 3 pești mari și că în bazin rămân doar peștii uriași, stabiliţi câți pești uriași au fost introduși în bazin.

3. Fie ΔABC echilateral de latură 1 și M un punct în plan. Fie vectorul $\vec{v}=1007\overrightarrow{MA}-2016\overrightarrow{MB}+1009\overrightarrow{MC}$.

a) Vectorul $\vec{v}$ nu depinde de alegerea punctului M în plan.

b) Arătați că $|\vec{v}|\le 2016$

4. Doi curieri pleacă din A , respectiv B , unul spre altul cu viteze constante diferite între ele. După întâlnire, pentru a ajunge în punctul terminal, primului i-au mai trebuit 16 ore, iar celuilalt 9 ore. De câte ore a avut nevoie fiecare pentru a parcurge întregul traseu dintre A și B ?

NOTĂ:

1. Toate subiectele sunt obligatorii
2. Timpul de lucru este de trei ore
3. Fiecare subiect se punctează de la 1 la 7 puncte

Strada Ateneului Nr. 1, 320112
320112, REŞIŢA – ROMANIA
Tel: 0255/214238; Fax: 0255/216042
e-mail: isjcaras@gmail.com
http://isjcs.ro

Str. General Berthelot nr. 28-30, Sector 1
010168, Bucureşti
Tel: +40 (0)21 405 57 06
Fax: +40 (0)21 310 32 05
www.edu.ro

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
Etapa locală, 17 februarie 2018
FILIERA TEORETICĂ - PROFIL REAL - ŞTIINŢE ALE NATURII
SUBIECTE - clasa a X-a

1. Demonstrați că expresia de mai jos nu depinte de x :

$$E=\frac{1}{\log_x 2\cdot\log_x 4}+\frac{1}{\log_x 4\cdot\log_x 8}+...+\frac{1}{\log_x 2^{n-1}\cdot\log_x 2^n}-\frac{n-1}{n}\cdot\log_2^2 x\ ,$$

$n\in\mathbb{N}^*-\{1\}, x>0, x\neq 1$.

2. Arătaţi că:

(a) dacă $\sqrt{3x-2}=5$, atunci numărul $m=\sqrt{4+5x}$ este natural;

(b) dacă $\log_2\left(1+5\sqrt{x}\right)=4$, atunci numărul $n=\log_5(3x-2)$ este natural.

3. Să se studieze injectivitatea funcției $f:\mathbb{Z}\to\mathbb{R}, f(x)=\left\{x\sqrt{3}\right\}$, unde $\{a\}$ reprezintă partea fracționară a lui a .

4. Se consideră mulţimile $A=\left\{x\in\mathbb{N}\,|\,4^x\leq 16\right\}$ şi $B_n=\{\log_2 1,\log_2 2,\log_2 3,...,\log_2 n\}$, unde n este un număr natural nenul.

(a) Determinaţi $C=A\cap B_{10}$;

(b) Determinaţi numerele naturale n pentru care mulţimea B_n conţine exact patru numere întregi.

NOTĂ:

1. Toate subiectele sunt obligatorii
2. Timpul de lucru este de trei ore
3. Fiecare subiect se punctează de la 1 la 7 puncte

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
Etapa locală, 17 februarie 2018
FILIERA TEORETICĂ - PROFIL REAL - ŞTIINȚE ALE NATURII
SUBIECTE - clasa a XI-a

1. Fie $A, B \in M_3(\mathbb{R})$ cu $A^2 - B^2 = I_3$. Considerăm matricele $X = A - B$ și $Y = A + B$.

a) Arătați că $XY - I_3 = AB - BA$.

b) Demonstrați că $\det(XY - I_3) = -\det(YX - I_3)$.

2. Se dă funcția $f:[0,4] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{\dfrac{2-|x-2|}{2+|x-2|}}$.

a) Calculați $\lim\limits_{x \to 2} \left(f(x)\right)^{\frac{2}{|x-2|}}$.

b) Cercetați existența limitei $\lim\limits_{x \to 2} \left(f(x)\right)^{\frac{2}{x-2}}$.

3. a) Să se calculeze $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin x}{\sqrt{1+x}-1}$.

b) Să se determine $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin x + \sin 2x + \ldots + \sin 2018x}{\sqrt{1+x}-1}$.

4. a) Folosind proprietățile determinanților, scrieți sub formă de produs:

$$d_1 = \begin{vmatrix} 1-x-y & z & z \\ x & 1-y-z & x \\ y & y & 1-x-z \end{vmatrix}$$

b). Calculați: $d_2 = \begin{vmatrix} x_1+1 & x_2-3 & x_3+2 \\ x_2-4 & x_3-1 & x_1+5 \\ x_3-7 & x_1+3 & x_2+4 \end{vmatrix}$ dacă $x_1 + x_2 + x_3 = 0$

NOTĂ:

1. Toate subiectele sunt obligatorii
2. Timpul de lucru este de trei ore
3. Fiecare subiect se punctează de la 1 la 7 puncte

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
Etapa locală, 17 februarie 2018
FILIERA TEORETICĂ - PROFIL REAL - ŞTIINŢE ALE NATURII
SUBIECTE - clasa a XII-a

1. Fie $M=(2,\infty)$ și legea $x*y=xy-2x-2y+6, (\forall)x,y\in M$. Calculați $x^{*n}=\underbrace{x*x*...*x}_{n-ori},\quad n\in\mathbb{N}, n\geq 2$.

2. Fie $G=(-1,2)$ și $x*y=\dfrac{xy+4x+4y-2}{2xy-x-y+5}, (\forall)x,y\in G$ și $f:G\to(0,\infty), f(x)=\dfrac{-x+2}{x+1}$.
Arătați că f este izomorfism de la $(G,*)$ la $((0,\infty),\bullet)$

3. Să se calculeze $\int\dfrac{x^2+1}{x^4+1}dx$

4. a) Calculați $I=\int_{-1}^{1}\dfrac{1}{(x^2+1)(5^x+1)}dx$.

b) Fie două funcții $f,F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\dfrac{2x^2+1}{\sqrt{x^2+1}}, F(x)=(ax+b)\sqrt{x^2+1}$. Determinați $a,b\in\mathbb{R}$, astfel încât funcția F să fie o primitivă a funcției f .

NOTĂ:
1. Toate subiectele sunt obligatorii
2. Timpul de lucru este de trei ore
3. Fiecare subiect se punctează de la 1 la 7 puncte

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
Etapa locală, 17 februarie 2018
FILIERA TEORETICĂ - PROFIL REAL - ŞTIINŢE ALE NATURII

Barem de evaluare și notare

1. Se consideră mulţimile $A=\{x\in\mathbb{R}\mid x+|2x-6|=4\}$, $B=\left\{x\in\mathbb{Z}\mid \frac{4x-1}{x-1}\in\mathbb{Z}\right\}$ şi $C_n=\{\sqrt{1},\sqrt{2},\sqrt{3},...,\sqrt{n}\}, n\in\mathbb{N}^*$.

(a) Arătaţi că mulţimea $M=A\cap B$ are un singur element;
(b) Determinaţi mulţimea $D=B\cap C_9$;
(c) Determinaţi numerele naturale n pentru care mulţimea C_n conţine exact nouă numere naturale.

2. Într-un bazin sunt 72 de pești. Dintre acești pești unii sunt mici, iar alţii sunt mari. Fiecare pește mare mănâncă exact doi pești mici și astfel în bazin rămân doar pești mari. După ce în bazin rămân doar pești mari, se introduc în bazin câțiva pești uriași. Știind că fiecare pește uriaș mănâncă exact 3 pești mari și că în bazin rămân doar peștii uriași, stabiliţi câţi pești uriași au fost introduși în bazin.

3. Fie ΔABC echilateral de latură 1 și M un punct în plan. Fie vectorul $\vec{v}=1007\overrightarrow{MA}-2016\overrightarrow{MB}+1009\overrightarrow{MC}$.

a) Vectorul $\vec{v}$ nu depinde de alegerea punctului M în plan.

b) Arătați că $|\vec{v}|\le 2016$

4. Doi curieri pleacă din A , respectiv B , unul spre altul cu viteze constante diferite între ele. După întâlnire, pentru a ajunge în punctul terminal, primului i-au mai trebuit 16 ore, iar celuilalt 9 ore. De câte ore a avut nevoie fiecare pentru a parcurge întregul traseu dintre A și B ?

(1) (a) $A=\left\{2,\frac{10}{3}\right\};\frac{4x-1}{x-1}=4+\frac{3}{x-1}\in\mathbb{Z}\Rightarrow B=\{-2,0,2,4\}\Rightarrow\ M=\{2\}$	**(3p)**
(b) $D=\{2\}$	**(2p)**
(c) $n\in\{81,82,83,...,99\}$	**(2p)**
(2) Dacă x este numărul peştilor mari, atunci $2x$ este numărul peştilor mici; din $x+2x=72\Rightarrow x=24$	**(4p)**
Numărul peştilor uriaşi este $24:3=8$	**(3p)**
(3) a). $\bar{v}=1007\overrightarrow{MA}-1007\overrightarrow{MB}+1009\overrightarrow{MC}-1009\overrightarrow{MB}$	**(1p)**
$\bar{v}=1007\left(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right)+1009\left(\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MB}\right)$ $\bar{v}=1007\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{BM}\right)+1009\left(\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{BM}\right)$	**(1p)**

$\bar{v}=1007\overline{BA}+1009\overline{BC}\Rightarrow$	**(2p)**
b). $\left\|\bar{v}\right\|\le 1007\left\|\overline{BA}\right\|+1009\left\|\overline{BC}\right\|$, $\left\|\bar{v}\right\|\le 1007+1009=2018$	**(3p)**
(4) Fiecare curier parcurge distanța d . $d=v_1(t+16), d=v_2(t+9)$	**(1p)**
$d=(v_1+v_2)t\Rightarrow v_1=\frac{d}{t+16}, v_2=\frac{d}{t+9}, v_1+v_2=\frac{d}{t}$	**(2p)**
$\frac{1}{t+16}+\frac{1}{t+9}=\frac{1}{t}\Rightarrow t=12$	**(2p)**
Primul curier parcurge distanța în 28 de ore, al doilea în 21 de ore	**(2p)**

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
Etapa locală, 17 februarie 2018
FILIERA TEORETICĂ - PROFIL REAL - ŞTIINŢE ALE NATURII

BAREM DE EVALUARE ŞI NOTARE

1. Demonstrați că expresia de mai jos nu depinde de x :

$$E=\frac{1}{\log_x 2\cdot\log_x 4}+\frac{1}{\log_x 4\cdot\log_x 8}+\ldots+\frac{1}{\log_x 2^{n-1}\cdot\log_x 2^n}-\frac{n-1}{n}\cdot\log_2^2 x\ ,$$

$n\in\mathbb{N}^*-\{1\}, x>0, x\neq 1$.

2. Arătaţi că:

(a) dacă $\sqrt{3x-2}=5$, atunci numărul $m=\sqrt{4+5x}$ este natural;

(b) dacă $\log_2\left(1+5\sqrt{x}\right)=4$, atunci numărul $n=\log_5(3x-2)$ este natural.

3. Să se studieze injectivitatea funcției $f:\mathbb{Z}\to\mathbb{R}, f(x)=\left\{x\sqrt{3}\right\}$, unde $\{a\}$ reprezintă partea fracționară a lui a .

4. Se consideră mulţimile $A=\left\{x\in\mathbb{N}\,|\,4^x\leq 16\right\}$ şi $B_n=\{\log_2 1,\log_2 2,\log_2 3,\ldots,\log_2 n\}$, unde n este un număr natural nenul.

(a) Determinaţi $C=A\cap B_{10}$;

(b) Determinaţi numerele naturale n pentru care mulţimea B_n conţine exact patru numere întregi.

1. Se trec toți logaritmii în baza 2 și se obține $E=\frac{1}{\frac{1}{\log_2 x}\cdot\frac{2}{\log_2 x}}\cdot\frac{1}{\frac{2}{\log_2 x}\cdot\frac{3}{\log_2 x}}\cdot\ldots\cdot\frac{1}{\frac{n-1}{\log_2 x}\cdot\frac{n}{\log_2 x}}-\frac{n-1}{n}\cdot\log_2^2 x$	**(2p)**
Se ajunge la $E=\log_2^2 x\left(\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\ldots+\frac{1}{(n-1)\cdot n}\right)-\frac{n-1}{n}\cdot\log_2^2 x$	**(3p)**
Se fac calcule și se ajunge la $E=\frac{n-1}{n}\cdot\log_2^2 x-\frac{n-1}{n}\cdot\log_2^2 x=0$	**(2p)**
2. (a) $3x-2=25\Rightarrow x=9\Rightarrow m=7\in\mathbb{N}$	**(4p)**
(b) $1+5\sqrt{x}=2^4=16\Rightarrow x=9\Rightarrow n=2\in\mathbb{N}$	**(3p)**
3. Scrie $f(x)=x\sqrt{3}-\left[x\sqrt{3}\right]$	**(1p)**
fie $x_1,x_2\in\mathbb{Z}$ astfel încât $f(x_1)=f(x_2)\Rightarrow x_1\sqrt{3}-\left[x_1\sqrt{3}\right]=x_2\sqrt{3}-\left[x_2\sqrt{3}\right]$	

$\Rightarrow (x_1 - x_2)\sqrt{3} = \left[x_1\sqrt{3}\right] - \left[x_2\sqrt{3}\right] \in \mathbb{Z}$	**(3p)**
$\Rightarrow x_1 - x_2 = 0$, finalizare	**(3p)**
4. (a) Pentru $A = \{0,1,2\}, B_{10} = \{\log_2 1, \log_2 2, ..., \log_2 10\}$; în B_{10} sunt naturale doar numerele $\log_2 1 = 0, \log_2 2 = 1, \log_2 4 = 2, \log_2 8 = 3 \Rightarrow C = A$	**(4p)**
(b) $n \in \{8,9,10,...,15\}$	**(3p)**

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
Etapa locală, 17 februarie 2018
FILIERA TEORETICĂ - PROFIL REAL - ŞTIINŢE ALE NATURII.

BAREM DE EVALUARE ŞI NOTARE

1. Fie $A, B \in M_3(\mathbb{R})$ cu $A^2 - B^2 = I_3$. Considerăm matricele $X = A - B$ și $Y = A + B$.

a) Arătați că $XY - I_3 = AB - BA$.

b) Demonstrați că $\det(XY - I_3) = -\det(YX - I_3)$.

2. Se dă funcția $f:[0,4] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{\dfrac{2-|x-2|}{2+|x-2|}}$.

a) Calculați $\lim\limits_{x\to 2}\left(f(x)\right)^{\frac{2}{|x-2|}}$.

b) Cercetați existența limitei $\lim\limits_{x\to 2}\left(f(x)\right)^{\frac{2}{x-2}}$.

3. a) Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{\sqrt{1+x}-1}$.

b) Să se determine $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x+\sin 2x+\ldots+\sin 2018x}{\sqrt{1+x}-1}$.

4. a) Folosind proprietățile determinanților, scrieți sub formă de produs:

$$d_1 = \begin{vmatrix} 1-x-y & z & z \\ x & 1-y-z & x \\ y & y & 1-x-z \end{vmatrix}$$

b). Calculați: $d_2 = \begin{vmatrix} x_1+1 & x_2-3 & x_3+2 \\ x_2-4 & x_3-1 & x_1+5 \\ x_3-7 & x_1+3 & x_2+4 \end{vmatrix}$ dacă $x_1+x_2+x_3=0$

1. a) $XY - I_3 = A^2 + AB - BA - B^2 - I_3 = AB - BA$	**(2p)**
b) calc. $YX - I_3 = -AB + BA = -(AB - BA) = -(XY - I_3)$	**(2p)**
$\Rightarrow \det(YX - I_3) = (-1)^3 \cdot \det(XY - I_3) \Rightarrow \det(XY - I_3) = -\det(YX - I_3)$	**(3p)**
2. a) $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x<2}}\left(\dfrac{x}{4-x}\right)^{\frac{1}{2-x}} = \dfrac{1}{e}$ și $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x>2}}\left(\dfrac{4-x}{x}\right)^{\frac{1}{x-2}} = \dfrac{1}{e} \Rightarrow \lim\limits_{x\to 2}\left(f(x)\right)^{\frac{2}{|x-2|}} = \dfrac{1}{e}$	**(3p)**

Strada Ateneului Nr. 1, 320112
320112, REŞIŢA – ROMANIA
Tel: 0255/214238; Fax: 0255/216042
e-mail: isjcaras@gmail.com
http://isjcs.ro

Str. General Berthelot nr. 28-30, Sector 1
010168, Bucureşti
Tel: +40 (0)21 405 57 06
Fax: +40 (0)21 310 32 05
www.edu.ro

b) $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x<2}}\left(f(x)\right)^{\frac{2}{x-2}}=e$	**(2p)**
Deduce, nu există $\lim\limits_{x\to 2}\left(f(x)\right)^{\frac{2}{x-2}}$	**(2p)**
3. a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{\sqrt{1+x}-1}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x\cdot x\cdot\left(\sqrt{1+x}+1\right)}{x\left(1+x-1\right)}=\lim\limits_{x\to 0}\left(\sqrt{1+x}+1\right)=2$	**(2p)**
$L=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{\sqrt{1+x}-1}+\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{\sqrt{1+x}-1}+\ldots+\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2018x}{\sqrt{1+x}-1}$	**(2p)**
b) $L=2+2\cdot 2+3\cdot 2+\ldots+2\cdot 2018=2018\cdot 2019$	**(3p)**
4. a) adunăm toate liniile la linia $1\Rightarrow d_1=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ x & 1-y-z & x\\ y & y & 1-x-z\end{vmatrix}$	**(2p)**
$d_1=\begin{vmatrix}1 & 0 & 0\\ x & 1-x-y-z & 0\\ y & 0 & 1-x-y-z\end{vmatrix}=\left(1-x-y-z\right)^2$	**(2p)**
b). $d_2=\begin{vmatrix}x_1+1 & x_2-3 & x_3+2\\ x_2-4 & x_3-1 & x_1+5\\ x_3-7 & x_1+3 & x_2+4\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}x_1+x_2+x_3 & x_2-3 & x_3+2\\ x_1+x_2+x_3 & x_3-1 & x_1+5\\ x_1+x_2+x_3 & x_1+3 & x_2+4\end{vmatrix}=0$	**(3p)**

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
Etapa locală, 17 februarie 2018
FILIERA TEORETICĂ - PROFIL REAL - ŞTIINŢE ALE NATURII

BAREM DE EVALUARE ŞI NOTARE

1. Fie $M=(2,\infty)$ și legea $x*y=xy-2x-2y+6, (\forall)x,y\in M$. Calculați $x^{*n}=\underbrace{x*x*...*x}_{n-ori}$, $n\in\mathbb{N}, n\geq 2$.

2. Fie $G=(-1,2)$ și $x*y=\dfrac{xy+4x+4y-2}{2xy-x-y+5}, (\forall)x,y\in G$ și $f:G\to(0,\infty)$, $f(x)=\dfrac{-x+2}{x+1}$.

Arătați că f este izomorfism de la $(G,*)$ la $((0,\infty),\bullet)$

3. Să se calculeze $\int\dfrac{x^2+1}{x^4+1}dx$

4. a) Calculați $I=\int_{-1}^{1}\dfrac{1}{(x^2+1)(5^x+1)}dx$.

b) Fie două funcții $f,F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{2x^2+1}{\sqrt{x^2+1}}, F(x)=(ax+b)\sqrt{x^2+1}$. Determinați $a,b\in\mathbb{R}$, astfel încât funcția F să fie o primitivă a funcției f .

1. Calculează $x*x=x^2-4x+6=(x-2)^2+2$	**(2p)**
Presupune $\underbrace{x*x*...*x}_{k}=(x-2)^k+2$	**(1p)**
Demonstrează că $\underbrace{x*x*...*x}_{k+1}=(x-2)^{k+1}+2$	**(3p)**
Finalizare	**(1p)**
2. Calculează $f(x*y)=\dfrac{xy-2x-2y+4}{xy+x+y+1}$	**(2p)**
Calculează $f(x)\cdot f(y)=\dfrac{xy-2x-2y+4}{xy+x+y+1}$	**(2p)**
Demonstrează injectivitatea	**(2p)**
Demonstrază surjectivitatea	**(1p)**
3. Scrie $\dfrac{x^2+1}{x^4+1}=\dfrac{1+\frac{1}{x^2}}{x^2+\frac{1}{x^2}}$	**(2p)**

Strada Ateneului Nr. 1, 320112
320112, REŞIŢA – ROMANIA
Tel: 0255/214238; Fax: 0255/216042
e-mail: isjcaras@gmail.com
http://isjcs.ro

Str. General Berthelot nr. 28-30, Sector 1
010168, Bucureşti
Tel: +40 (0)21 405 57 06
Fax: +40 (0)21 310 32 05
www.edu.ro

Substituie: $t=x-\frac{1}{x}$, $F(t)=\int\frac{dt}{t^2+2}=\frac{1}{\sqrt{2}}arctg\frac{t}{\sqrt{2}}+C$	**(3p)**
Finalizare	**(2p)**
4. a) $I=\int_0^1\left(\frac{1}{\left(x^2+1\right)\left(5^x+1\right)}+\frac{1}{\left(x^2+1\right)\left(5^{-x}+1\right)}\right)dx$	**(2p)**
$I=\int_0^1\left(\frac{1}{\left(x^2+1\right)\left(5^x+1\right)}+\frac{1}{\left(x^2+1\right)\left(\frac{1}{5^x}+1\right)}\right)dx=\int_0^1\frac{1}{x^2+1}dx=\frac{\pi}{4}$	**(1p)**
b) funcția F -primitivă a funcției $f\Rightarrow F'(x)=f(x),(\forall)x\in\mathbb{R}$	**(1p)**
$\frac{2ax^2+bx+a}{\sqrt{x^2+1}}=\frac{2x^2+1}{\sqrt{x^2+1}}$	**(1p)**
Determină $a=1,b=0$	**(2p)**