CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
Etapa locală, 24 februarie 2017
FILIERA TEORETICĂ - PROFIL UMAN - FILOLOGIE, ŞTIINŢE SOCIALE
SUBIECTE - clasa a IX-a

1. Determinați mulțimile:
a) $A = \left\{x \in \mathbb{Z} \middle| x = \frac{4n+1}{2n-1}, n \in \mathbb{Z}\right\}$;
b) $B = \{x \in \mathbb{R} | \ [2x+1] = -3\}$;
c) $C = \{x \in \mathbb{Z} | \ |-3x-2| = 4\}$.

2. a) Fie predicatul "$p(x,y)$: $|x| + 2y \leq 5$", $x, y \in \mathbb{R}$. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor $p(-3,1)$ și $q(-5,4)$.
b) Fiind date propozițiile p și q, folosind tabelele de adevăr, verificați dacă $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$.

3. Un copil a scris un șir de numere, astfel încât fiecare număr, începând cu al treilea să fie suma celor două numere precedente. Al patrulea număr din șir este 6 și al șaselea număr este 15. Care este al șaptelea număr?

4. Considerăm dreptunghiul *ABCD* și punctele *E*, *F* și *M*, astfel încât $\overrightarrow{EB} = 2\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{FA} = \overrightarrow{AD}$ și $\overrightarrow{MD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$. Dacă *N* este mijlocul lui (*EF*), arătați că punctele *M*, *A*, *N* sunt coliniare.

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare problemă se punctează de la 0 la 7 puncte.
Timp de lucru: 3 ore.

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
Etapa locală, 24 februarie 2017
FILIERA TEORETICĂ - PROFIL UMAN - FILOLOGIE, ŞTIINŢE SOCIALE
SUBIECTE - clasa a X-a

1. Se dau mulțimile: $A = \{(a,a,a) | a \in \mathbb{Z}\}$; $B = \{(a,b,c) | a + 2b - 3c = 0,\ a,b,c \in \mathbb{Z}\}$; $C = \{(a,b,c) | a + 3b - 4c = 0,\ a,b,c \in \mathbb{Z}\}$. Demonstrați că $A = B \cap C$.

2. Se consideră numărul real $x = \frac{a+2}{2a+1}$, unde $a = log_3 2$. Demonstrați că: $a \in (0,1)$ și $x \in (1,2)$.

3. Un automobil se deplasează cu viteza de 90 km/h la vale, cu 72 km/h pe loc drept și cu 60 km/h la deal. În aceste condiții automobilul a parcurs distanța de la orașul A la orașul B în 5 ore, iar distanța de la orașul B la orașul A îm 4 ore. Aflați distanța dintre A și B.

4. Fie funcția $f: A \to A$ injectivă, unde $A = \{1, 2, \dots, 100\}$.
a) Demonstrați că funcția f este surjectivă.
b) Determinați funcția f știind că $\frac{f(1)}{100} = \frac{f(2)}{99} = \dots = \frac{f(100)}{1}$.

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare problemă se punctează de la 0 la 7 puncte.
Timp de lucru: 3 ore.

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
Etapa locală, 24 februarie 2017
FILIERA TEORETICĂ - PROFIL UMAN - FILOLOGIE, ŞTIINŢE SOCIALE
BAREM - clasa a IX-a

1. a) $x = 2 + \frac{3}{2n-1} \in \mathbb{Z}$ ... 1p
$\Leftrightarrow 2n - 1 \in \{\pm 1, \pm 3\} \Leftrightarrow A = \{-1, 0, 1, 2\}$ ...1p
b) $-3 \leq 2x + 1 < -2$ ...1p
$B = [-2, -\frac{3}{2})$ ...1p
c) $-3x - 2 = 4$ sau $-3x - 2 = -4$ ...1p
$x = -2$ sau $x = \frac{2}{3}$ ...1p
$C = \{-2\}$ ...1p

2. a) 1p+1p
b) 5p pt. tabel corect

3. scrie $a_4 = a_2 + a_3 = a_1 + 2a_2$ şi $a_6 = 3a_1 + 5a_2$ ...3p
rezolvă sistemul şi determină $a_1 = 0, a_2 = 3$ ...2p
scrie a_7 şi-l detemină: $a_7 = 24$ ...2p

4. fig. corectă ...1p
determină $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ ...2p
determină $\overrightarrow{AN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ ...3p
finalizare ...1p

Notă:
Nu se acordă punct din oficiu sau fracţiuni de punct.
Orice soluţie corectă diferită de cea din barem se notează cu punctaj maxim.

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
Etapa locală, 24 februarie 2017
FILIERA TEORETICĂ - PROFIL UMAN - FILOLOGIE, ŞTIINŢE SOCIALE
BAREM - clasa a X-a

1. Dem. că $A \subseteq B \cap C$

$(\forall)(a,a,a) \in A \Longrightarrow (a,a,a) \in B$ și $(a,a,a) \in C$, adică $A \subseteq B$ și $A \subseteq C$

$\Longrightarrow A \subseteq B \cap C$ ...2p

Dem. că $B \cap C \subseteq A$

Fie $(a,b,c) \in B \cap C \Longrightarrow a + 2b - 3c = 0$ și $a + 3b - 4c = 0 \Longrightarrow b = c$

$\Longrightarrow (a,b,c) = (a,a,a) \in A \Longrightarrow B \cap C \subseteq A$ ...4p

$\Longrightarrow B \cap C = A$ ...1p

2. $3^0 < 2 < 3^1$ ...1p

$0 < log_3 2 < 1$ ...1p

$a \in (0,1)$ ...1p

$x = \frac{log_3 2 + 2}{2log_3 2 + 1}$ ...1p

$x = log_{12} 18$ ...2p

$x \in (1,2)$ ...1p

Obs: dacă dem. direct $1 < \frac{a+2}{2a+1} < 2$ pt. $a \in (0,1)$ se acordă 4p

3. Dacă x, y, z sunt distanțele în km parcurse de automobil la vale, pe loc drept și la deal de la A la B ...1p

Atunci x, y, z sunt distanțele în km parcurse de automobil la deal, pe loc drept și la vale de la B la A ...1p

$5 = \frac{x}{90} + \frac{y}{72} + \frac{z}{60}$ ...2p

$5 = \frac{x}{60} + \frac{y}{72} + \frac{z}{90}$ ...2p

$9 = \frac{x+y+z}{36}$, $x + y + z = 324\ km$ ...1p

4. a) Funcția f injectivă $\Longrightarrow f(1), f(2), \dots, f(99), f(100)$ sunt distincte două câte două ...1p

$\{f(1), f(2), \dots, f(99), f(100)\} = \{1, 2, \dots, 100\}$ ...1p

Funcția f este surjectivă ...1p

b) $\frac{f(1)}{100} = \frac{f(2)}{99} = \dots = \frac{f(100)}{1} = \frac{f(1)+f(2)+\dots+f(100)}{1+2+\dots+100} = 1$ ...2p

$f(1) = 100,\ f(2) = 99, \dots\ ,\ f(100) = 1$ ...1p

$f(x) = 101 - x, \forall x \in A$ ...1p

Notă:
Nu se acordă punct din oficiu sau fracțiuni de punct.
Orice soluție corectă diferită de cea din barem se notează cu punctaj maxim.