MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

ETAPA NAȚIONALĂ
20 mai 2017

FACULTATEA CONSTRUCȚII DE MAȘINI ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

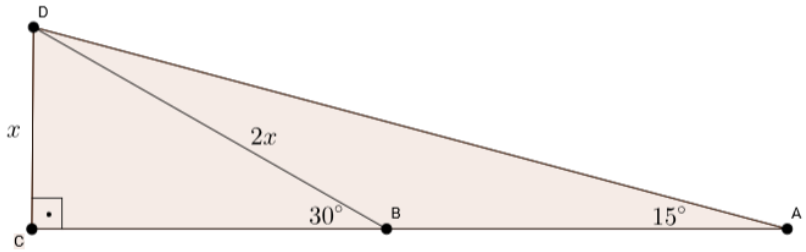
Filiera Teoretică : profilul Uman

BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE

Clasa a IX–a

Problema 1. Un topograf observă că dintr-un punct A de la nivelul solului, o clădire se vede sub un unghi de $15°$. Apropiindu-se cu 20 m de clădire, în linie dreaptă, unghiul de observare a clădirii este de $30°$. Ce înălțime are clădirea?

BAREM DE CORECTURĂ



Figură corectă.....**1 p**

Fie $CD = x$ metri, înălțimea clădirii.

ΔBCD – dreptunghic $\Rightarrow BD = 2x$ și $BC = x\sqrt{3}$.....**1 p**

$\Delta ACD: AC = 20 + x\sqrt{3}$

$\text{tg}\, 15° = \frac{CD}{AC} = \frac{x}{20+x\sqrt{3}}$ .....**1 p**

$\text{tg}\, 15° = \text{tg}\,(45° - 30°) = 2 - \sqrt{3}$ .....**2 p**

Obținem $\frac{x}{20+x\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3} \Rightarrow x = 10$ metri.....**2 p**

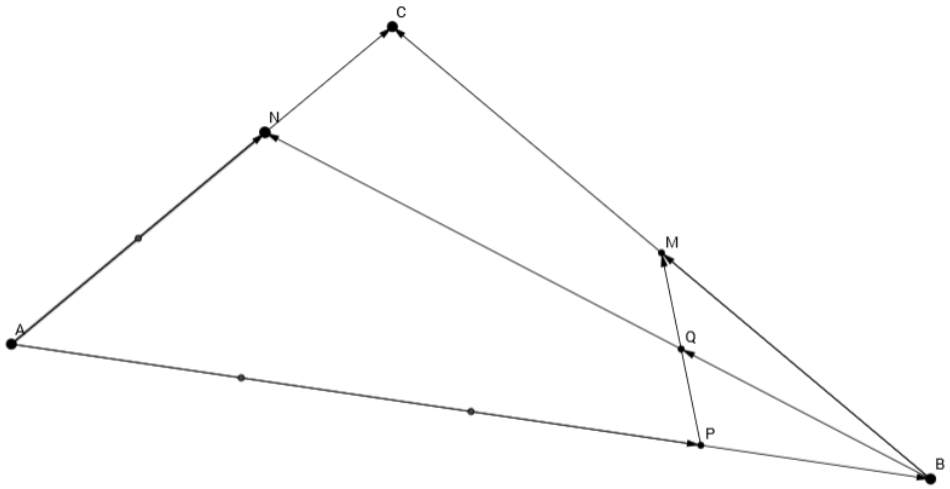
Problema 2. Se dă triunghiul (ABC), punctele M, N, P pe laturile acestuia, astfel încât $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{MC}$, $\overrightarrow{AN} = 2 \cdot \overrightarrow{NC}$, $\overrightarrow{AP} = 3 \cdot \overrightarrow{PB}$ și Q mijlocul segmentului $[PM]$.

a) Demonstrați că $\overrightarrow{BN} = \frac{1}{3} \cdot \left(2 \cdot \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB}\right)$ și $\overrightarrow{BQ} = \frac{1}{8} \cdot \left(2 \cdot \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB}\right)$.

b) Demonstrați că punctele B, Q, N sunt coliniare și calculați valoarea raportului $\frac{BQ}{QN}$.

BAREM DE CORECTURĂ

a)



Figură corectă.....**1 p**

$\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{3} \cdot \left(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA}\right) = \frac{1}{3} \cdot (2 \cdot \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB})$ .....**1 p**

$\overrightarrow{BQ} = \frac{1}{2} \cdot \left(\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{BP}\right) = \frac{1}{4} \cdot \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{4} \cdot \overrightarrow{AB}\right) = \frac{1}{8} \cdot (2 \cdot \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB})$ .....**1 p**

b) Din egalitățile de la **a)** deducem că $\overrightarrow{BQ} = \frac{3}{8} \cdot \overrightarrow{BN}$.....**1 p**

Așadar, punctele B, Q, N sunt coliniare.....**1 p**

Din $\frac{BQ}{QN} = \frac{3}{8} \Rightarrow \frac{BN}{BQ} = \frac{8}{3} \Rightarrow \frac{BQ}{QN} = \frac{3}{5}$.....**2 p**

Problema 3. Se consideră familia de funcții $f_m: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = m \cdot x^2 + 2(m+1)x + m - 1, m \in \mathbb{R}^*$.

a) Pentru $m = -1$, să se studieze monotonia funcției și să se determine valoarea extremă a acesteia.

b) Să se demonstreze că vârfurile parabolelor associate acestor funcții se află pe dreapta $(d): y = x - 2$.

c) Demonstrați că toate parabolele associate acestor funcții trec printr-un punct fix. Verificați rezultatul obținut.

BAREM DE CORECTURĂ

a) $f_1(x) = -x^2 - 2$. Vârful parabolei asociate funcției este $V_{-1}(0, -2)$.....**1 p**

Funcția admite maxim. $f_{max} = f_{-1}(0) = -2$.....**1 p**

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f_{-1}(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-2	$\searrow$	$+\infty$

Funcția este strict crescătoare pe intervalul $(-\infty, 0]$ și strict descrescătoare pe intervalul $[0, \infty)$.....**1 p**

b) Vârfurile parabolelor asociate funcțiilor f_m sunt $V_m(x_V, y_V) = V_m\left(-\frac{m+1}{m}, -\frac{3m+1}{m}\right)$.....**1 p**

Verificare. $y_V = x_V - 2 \Leftrightarrow -\frac{3m+1}{m} = -\frac{m+1}{m} - 2$(adevărat).....**1 p**

c) Fie $M_0(a, b)$ punctul fix.

Este necesar să avem $m \cdot a^2 + 2(m+1) \cdot a + m - 1 = b, (\forall) m \in \mathbb{R}^*$.

Rezultă că $m \cdot (a+1)^2 + 2a - b - 1 = 0, (\forall) m \in \mathbb{R}^*$

Obținem $\begin{cases} a + 1 = 0 \\ 2a - b - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -3 \end{cases} \Rightarrow M_0(-1, -3)$.....**1 p**

Verificare. $f_m(-1) = m - 2 \cdot (m+1) + m - 1 = -3$.....**1 p**

Problema 4. a) Demonstrați că șirul $(a_n)_{n\geq 1}, a_n = 3n - 2$ este o progresie aritmetică. Determinați numărul natural n dacă $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 51$.

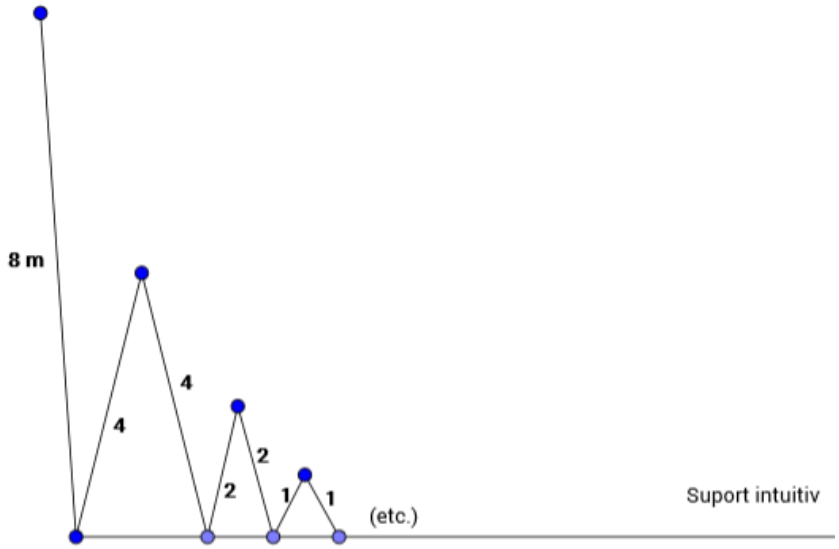
b) O minge cade de la înălțimea de 8 m. După fiecare cădere, mingea se ridică la jumătate din înălțimea de la care a căzut. Demonstrați că distanța parcursă de minge de la început și până când atinge pământul a zecea oară este mai mica decât 24 m.

BAREM DE CORECTURĂ

a) $a_{n+1} - a_n = 3, (\forall) n \in \mathbb{N}^*$, deci $(a_n)_{n\geq 1}$ este o progresie aritmetică cu rația $r = 3$ și primul termen $a_1 = 1$.....**2 p**

$a_1 + a_2 + \cdots a_n = 51 \Rightarrow \frac{(3n-1)n}{2} = 51 \Rightarrow 3n^2 - n - 102 = 0 \Rightarrow n_1 = -\frac{17}{3}$(nu convine), $n_2 = 6$.....**2 p**

b)



.....**1 p**

Distanța parcursă de minge (în metri) este

$8 + 2 \cdot \left(4 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}\right) =$

$= 8 + 2 \cdot (2^2 + 2^1 + 2^0 + 2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-3} + 2^{-4} + 2^{-5} + 2^{-6}) =$

$= 8 + 2 \cdot 2^2 \cdot \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^9}{1-\frac{1}{2}} = 8 + 2^4 \cdot \left(1 - \frac{1}{2^9}\right) = 24 - \frac{1}{2^5} < 24$.....**2 p**

Notă: *Orice altă rezolvare corectă va fi punctată conform baremului.*

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN IAȘI

ETAPA NAȚIONALĂ
20 mai 2017

FACULTATEA CONSTRUCȚII DE MAȘINI ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera Teoretică : profilul Uman

Clasa a X–a

Problema 1.

a) Un om de afaceri parcurge cu avionul personal o distanţă de 1000 km cu viteza de 400 km/h, iar la întoarcere parcurge aceeași distanță cu autoturismul personal, cu viteza de 100 km/h. Care a fost viteza medie cu care omul de afaceri a parcurs drumul dus-întors?

b) Fie funcția $f:D\to\mathbb{R}$, $f(x)=\log_{\frac{1}{5}}\left(\frac{2x+3}{7}\right)$.

1) Să se determine domeniul maxim de definiție.
2) Să se demonstreze că funcția este inversabilă și să se determine inversa sa.

Problema 2.

a) Să se rezolve ecuația: $\ln\left(7^n\cdot x\right)=2n,\ n\in\mathbb{N}$.

b) Se consideră șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin relația $\ln\left(7^n\cdot x_n\right)=2n$.

1) Calculați x_0 și x_1.
2) Demonstrați că șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ este o progresie geometrică și determinați rația sa.

Problema 3.

La antrenamentele unui club de tir participă trei trăgători, fiecare trage câte 100 de focuri. Primul trăgător lovește ținta de 90 de ori, al doilea trăgător lovește ținta de 95 de ori, iar al treilea lovește ținta de 80 de ori.

a) Care este probabilitatea ca toți cei trei trăgători să atingă ținta?
b) Care este probabilitatea ca cel puțin un trăgător să atingă ținta?

Problema 4.

Triunghiul ABC are laturile situate pe dreptele $AB: x+2y+1=0$, $BC: 2x+y+1=0$, $AC: x-y-10=0$.

a) Aflați coordonatele vârfurilor triunghiului.
b) Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul A și este paralelă cu dreapta BC.
c) Determinați ecuația înălțimii din vârful C și apoi calculați lungimea acestei înălțimi.
d) Calculați aria triunghiului ΔABC.

Notă: *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

ETAPA NAȚIONALĂ 20 mai 2017

FACULTATEA CONSTRUCȚII DE MAȘINI ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera Teoretică : profilul Uman- Științe Sociale

Clasa a XI –a

BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE

Problema 1.

În Republica Fantasia se organizează din cinci în cinci ani alegeri prezidențiale. La ultimele alegeri, numărul cetățenilor cu drept de vot a fost de 10 milioane. La funcția de președinte au candidat Abberatius A. și Bravisimus B.. Au fost prezenți la urne 75% din numărul total al cetățenilor cu drept de vot. Abberatius a câștigat alegerile cu 50% din voturile exprimate, Bravisimus a obținut doar 45% iar 5% din voturi au fost anulate.

a) Câți dintre cetățenii prezenți la urne l-au votat pe câștigător și câte voturi au fost anulate?
b) Presupunând că printre cei care nu au votat există un număr suficient de simpatizanți ai lui Bravisimus, care este numărul minim dintre aceștia, care ar fi trebuit să vină la vot pentru ca Bravisimus să câștige alegerile (presupunem că rămâne constant numărul de voturi pentru Abberatius și numărul de voturi anulate). În acest caz, calculați care ar fi procentele de voturi primite pentru fiecare candidat.

Soluție:

a) Notăm $P_A =$ nr voturi în favoarea candidatului Abberatius, $P_B =$ nr voturi în favoarea candidatului Bravisimus, $P_N =$ nr voturi anulate.

Avem atunci $P_A = 3.750.000$ voturi, $P_B = 3.375.000$ voturi, $P_N = 375.000$ voturi.....**2 p**

b) Se calculează numărul celor care nu au votat, 2.500.000. Diferența dintre numărul de voturi exprimate în favoarea celor doi candidați este de 375.000.
Pentru a câștiga alegerile, în condițiile în care Abberatius rămâne cu același număr de voturi, Bravisimus are nevoie de minim 375.001 de voturi. ……...……..…**2p**
În acest caz numărul de voturi exprimate este 7.500.000+375.001=7.875.001 ……**1p**
Dacă notăm cu p_A, p_B procentele de voturi în favoarea celor doi candidați, avem:

$p_A = \frac{3.750.000}{7.875.001} \cdot 100$ sau $p_A \simeq 47,61904$ ……..……....**1p**

$p_B = \frac{3.750.001}{7.875.001} \cdot 100$ sau $p_B \simeq 47,61905$ ……..…..**1p**

Problema 2.

Seria statistică de mai jos reprezintă numărul elevilor n_i , din clasa a a XI-a de la un liceu, care au vizionat în semestrul al doilea x_i spectacole la teatrul din localitate:

x_i	0	1	2	3	4	5	6
n_i	8	27	21	12	7	3	2

a) Calculați numărul mediu de spectacole vizionate de un elev din clasa a XI-a în semestrul al doilea.
b) Care este abaterea medie liniară a seriei?
c) Care este abaterea medie pătratică a seriei?
d) Calculați coeficientul de variație *v* al seriei statistice.

Soluție:

a) $m_a = \bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{7} x_i n_i}{\sum_{i=1}^{7} n_i} = \dfrac{0\cdot 8+1\cdot 27+2\cdot 21+3\cdot 12+4\cdot 7+5\cdot 3+6\cdot 2}{80} = 2$ ..... **1 p**

b) abaterea medie liniară va fi:

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - m_a| \cdot n_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i} = \frac{|0-2|\cdot 8+|1-2|\cdot 27+|2-2|\cdot 21+|3-2|\cdot 12+|4-2|\cdot 7+|5-2|\cdot 3+|6-2|\cdot 2}{80}$$

$\bar{d} = \dfrac{86}{80} = 1,075$ ..... **2 p**

c) $\sigma^2 =$ dispersia, $\sigma^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - m_a)^2 \cdot n_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i} = \dfrac{32+27+0+12+28+27+32}{80} = \dfrac{158}{80} = 1,975$ ..... **2 p**

Abaterea medie pătratică $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{1,975} \simeq 1.405$ ..... **1 p**

d) $\upsilon = \dfrac{\bar{d}}{m_a} \cdot 100 = \dfrac{1,075}{2} \cdot 100 = 53.75 \Rightarrow 53.75\%$ ..... **1 p**

sau $\upsilon = \dfrac{\sigma}{m_a} \cdot 100 = \dfrac{1.405}{2} \cdot 100 = 70.25 \Rightarrow 70.25\%$

Problema 3.

Un graf *G* are *n* vârfuri și *p* componente conexe. Arătați că:

a) $m \le C_{n-p+1}^2$, unde m reprezintă numărul maxim de muchii ale grafului *G*.
b) Pentru ce grafuri inegalitatea de la punctul a) devine egalitate?

Soluție:

a) Presupunem că există două componente conexe care conțin n_1, respectiv n_2 vârfuri, $n_1 \ge n_2 \ge 2$ ..... **1 p**
Facem transformarea:
   - suprimăm (eliminăm) un vârf *x* din componenta cu n_2 vârfuri și îl ducem în componenta cu n_1 vârfuri

- unim vârful x cu cele n_1 vârfuri existente. ..... **3 p**

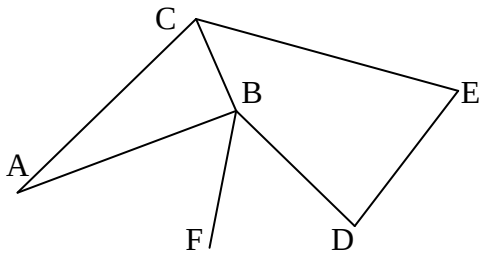
Se obține un nou graf G_1 cu m_1 muchii, astfel încât $m_1 = m-(n_2-1)+n_1 = m+(n_1-n_2)+1 \geq m+1$.

Relația $m_1 \geq m+1$ contrazice maximalitatea lui m din graful G.....**1 p**

b) Egalitatea se obține dacă fiecare componentă conexă este subgraf complet al lui G..... ..... **2 p**

Problema 4.

Se dă graful din figura de mai jos:



a) Determinați numărul de noduri și muchii ale grafului.
b) Determinați ordinul fiecărui nod.
c) Identificați două drumuri care unesc vârful A cu vârful E.
d) Eliminați cât mai puține muchii pentru ca graful rămas să fie arbore.

Soluție:

a) 6 noduri și 7 muchii……..... **2 p**

b) $ord(A)=2, ord(B)=4, ord(C)=3, ord(D)=2, ord(E)=2, ord(F)=1$ ..... **2 p**

c) $ACE, ABDE$ etc ..... **1 p**

d) Trebuie eliminate cel puțin două muchii (de exemplu: AC, CE) .....**2 p**

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

ETAPA NAȚIONALĂ
20 mai 2017

FACULTATEA CONSTRUCȚII DE MAȘINI ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera Teoretică : profilul Uman- Științe Sociale

Clasa a XII –a

BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE

Problema 1. Se consideră matricele $A(x)=\begin{pmatrix}1+5x & -2x\\ 10x & 1-4x\end{pmatrix}$, unde x este un număr real.

a) Să se calculeze $A(1)\cdot A(-1)$.

b) Să se demonstreze că $\big(A(x)\big)^2=A((x+1)^2-1)$, pentru orice x număr real.

c) Să se determine inversa matricei $A(1)$.

BAREM DE CORECTURĂ

a) $A(1)=\begin{pmatrix}6 & -2\\ 10 & -3\end{pmatrix}$ ..... **1 p**

$A(-1)=\begin{pmatrix}-4 & 2\\ -10 & 5\end{pmatrix}$ ..... **1 p**

$A(1)\cdot A(-1)=\begin{pmatrix}-4 & 2\\ -10 & 5\end{pmatrix}=A(-1)$ ..... **1 p**

b) $A(x)\cdot A(x)=\begin{pmatrix}1+5[(x+1)^2-1] & -2[(x+1)^2-1]\\ 10[(x+1)^2-1] & 1-4[(x+1)^2-1]\end{pmatrix}=A((x+1)^2-1), x\in\mathbb{R}$ ..... **2 p**

c) $\det(A(1))=2\neq 0$, deci $A(1)$ este inversabilă și $\big(A(1)\big)^{-1}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-3 & 2\\ -10 & 6\end{pmatrix}$ ..... **2 p**

Problema 2. Fie matricele $X(a)=\begin{pmatrix}1+4a & 6a\\ -2a & 1-3a\end{pmatrix}$, unde a este un număr real.

a) Calculați $\det[X(a)]$.

b) Arătați că $X(a)\cdot X(b)=X(a+b+ab)$, pentru orice a,b numere reale.

c) Determinați numărul real nenul a astfel încât $[X(a)]^2=I_2$.

BAREM DE CORECTURĂ

a) $\det[X(a)]=1+a$ ..... **2 p**

b) $X(a)\cdot X(b)=\begin{pmatrix}1+4(a+b+ab) & 6(a+b+ab)\\ -2(a+b+ab) & 1-3(a+b+ab)\end{pmatrix}=X(a+b+ab)$ ..... **2 p**

c) $[X(a)]^2=X(a)\cdot X(a)=X(a+a+a^2)=X(2a+a^2)=I_2\Rightarrow 2a+a^2=0, a\neq 0\Rightarrow a=-2$ ..... **3 p**

Problema 3. Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-5x+6$, și matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ a & b & c\\ a^2 & b^2 & c^2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ a & b & c\\ f(a) & f(b) & f(c)\end{pmatrix}$.

a) Demonstrați că $\det A = (c-a)(c-b)(b-a)$.

b) Demonstrați că $\det A = \det B$.

c) Demonstrați că aria oricărui triunghi cu vârfurile pe graficul lui f și cu coordonate întregi este tot un număr întreg.

BAREM DE CORECTURĂ

a) $\det A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & b-a & c-a \\ a^2 & b^2-a^2 & c^2-a^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b-a & c-a \\ (b-a)(b+a) & (c-a)(c+a) \end{vmatrix} =$

$= (b-a)(c-a)\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ b+a & c+a \end{vmatrix} = (b-a)(c-a)(c-b)$ ..... **2 p**

b) $\det B = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2-5a+6 & b^2-5b+6 & c^2-5c+6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} - 5\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a & b & c \end{vmatrix} + 6\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} =$

$= \det A$ ..... **3 p**

c) $A = \frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix} x_1 & x_1^2-5x_1+6 & 1 \\ x_2 & x_2^2-5x_2+6 & 1 \\ x_3 & x_3^2-5x_3+6 & 1 \end{vmatrix}\right| = \frac{1}{2}|(x_2-x_1)(x_3-x_1)(x_3-x_2)|$ ..... **1 p**

care este număr întreg deoarece dintre numerele x_1, x_2, x_3 cel puțin două au aceeași paritate ..... **1 p**

Problema 4. Plecând de la matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, Maria construiește noi matrice. Întâi schimbă semnele a trei elemente ale matricei A, apoi schimbă semnele a trei elemente ale matricei A sau ale oricărei matrice astfel obținută. Maria continuă acest procedeu de oricâte ori vrea. Notăm cu M mulțimea acestor matrice.

a) Demonstrați că M conține cel mult 512 matrice.

b) Pentru orice matrice $X \in M$, demonstrați că $|\det X|$ este număr natural, multiplu de 4 și cel mult egal cu 6.

c) Demonstrați că, pentru orice $X \in M$, $\det X \in \{-4, 0, 4\}$.

d) Arătați că matricea $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in M$.

BAREM DE CORECTURĂ

a) Matricele din M au forma $\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \\ a_7 & a_8 & a_9 \end{pmatrix}$, unde $|a_i| = 1$ ..... **1 p**

Sunt astfel de $2 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 2 = 2^9 = 512$ elemente ..... **1 p**

b) Fie $X = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \\ a_7 & a_8 & a_9 \end{pmatrix}, |a_i| = 1$ ..... **1 p**

Rezultă $\det X = \pm 1 \pm 1 \pm 1 \pm 1 \pm 1 \pm 1 \Rightarrow |\det X| \leq 6$, $|\det X|$ este număr natural ..... **1 p**

Apoi, $\det X = \begin{vmatrix} a_1+a_7 & a_2+a_8 & a_3+a_9 \\ a_4+a_7 & a_5+a_8 & a_6+a_9 \\ a_7 & a_8 & a_9 \end{vmatrix}$ și elementele liniilor 1 și 2 sunt divizibile cu 2

$(a_1+a_7) \in \{-2, 0, 2\}, (a_2+a_8) \in \{-2, 0, 2\}$. De aici, rezultă că $|\det X|$ este divizibil cu 4 ..... **1 p**

c) Cum $|\det X| \leq 6$ și $|\det X| \vdots 4 \Rightarrow |\det X| \in \{-4, 0, 4\}$ ..... **1 p**

d) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ sunt din M ..... **1 p**

Notă: *Orice altă rezolvare corectă va fi punctată conform baremului.*