CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
“ADOLF HAIMOVICI”
Etapa locală, 5 martie 2016
PROFIL TEHNIC ŞI SERVICII, RESURSE NATURALE, PROTECŢIA MEDIULUI
SUBIECTE - clasa a IX-a

1. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |2x+1| > 7\}$ și $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |3x-1| < 4\}$. Determinați mulțimile: $A,\ B,\ A \cap B,\ B \cap (1,4)$.

2. Se dă predicatul $P(x,y): 2x+5y = 13, x, y \in \mathbb{R}$.
a) Stabiliți dacă propozițiile $P(4,1)$ și $P(0,5)$ sunt adevărate;
b) Determinați $a \in \mathbb{Z}$ pentru care $P(a^2,1)$ este adevărată.

3. Asupra unui punct material acționează două forțe $\overrightarrow{F_1}$ și $\overrightarrow{F_2}$, având modulele $2N$, respectiv $2\sqrt{3}N$. Știind că modulul forței rezultante $\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}$ este $4N$, determinați măsura unghiului dintre forțele $\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}$ și $\overrightarrow{F_1}-\overrightarrow{F_2}$.

4. Pe tablă este scris de douăzeci de ori numărul zecimal 1,1 și de douăzeci de ori numărul zecimal 1,11. Gigel a șters câteva numere dintre cele patruzeci aflate pe tablă. Stabiliți câte numere a șters Gigel, știind că suma numerelor rămase pe tablă este 19,93.

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru: 3 ore
Fiecare problemă se punctează de la 0 la 7 puncte.

INSPECTORATUL ŞCOLAR
JUDEŢEAN CARAŞ-SEVERIN

MINISTERUL EDUCAȚIEI
NAȚIONALE ȘI
CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

Etapa locală, 5 martie 2016

PROFIL TEHNIC ŞI SERVICII, RESURSE NATURALE, PROTECŢIA MEDIULUI

SUBIECTE - clasa a X-a

1. Determinați mulțimile $A=\{x\in\mathbb{R}|x+\sqrt{x-2}=4\}$ și $B=\{z\in\mathbb{C}|z+|z|=2+4i,\ i^2=-1\}$.

2. Rezolvați ecuațiile:

a) $log_x(5x-4)=2$;

b) $5\cdot 2^x=2+2^{1+2x}$;

c) $\frac{\log_2(4-x)}{\log_2(x+2)}=1$.

3. După unele studii s-a constatat că viteza medie (cuvinte pe minut) cu care un elev din clasa a X-a culege de la tastatura unui calculator un text este modelată de funcţia $V(t)=5+29\lg(t+1)$, unde $t\geq 0$ reprezintă numărul de ore de TIC parcurse.

a) Care este viteza când elevul culege pentru prima dată un text ($t=0$) ?.

b) Care este viteza după 9 ore de TIC ?

4. Dacă $z=a+bi$, $a,b\in\mathbb{R}, a>b$, este soluție a ecuației $x^2-8x+25=0$, determinați perechea (a,b).

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru: 3 ore
Fiecare problemă se punctează de la 0 la 7 puncte.

Strada Ateneului Nr. 1, 320112
REŞIŢA - ROMANIA
Tel: 0255/214238; Fax: 0255/216042
e-mail: isjcaras@gmail.com
www.isjcs.ro

Str. General Berthelot nr. 28-30,
Sector 1, 010168, Bucuresti
Tel: +40 (0)21 405 57 06
Fax: +40 (0)21 310 32 05
www.edu.ro

INSPECTORATUL ŞCOLAR
JUDEŢEAN CARAŞ-SEVERIN

MINISTERUL EDUCAȚIEI
NAȚIONALE ȘI
CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

Etapa locală, 5 martie 2016

PROFIL TEHNIC ŞI SERVICII, RESURSE NATURALE, PROTECŢIA MEDIULUI

SUBIECTE - clasa a XI-a

1. În mulţimea matricelor pătratice $M_2(\mathbb{R})$ se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}4 & -6\\ 2 & -3\end{pmatrix}$.

Să se determine matricele $X \in M_2(\mathbb{R})$, $X=\begin{pmatrix}x & 0\\ 0 & x\end{pmatrix}$, astfel încât $\det(X+A)=2$.

2. Fie $A \in M_3(\mathbb{C})$ o matrice, A^t transpusa sa, iar $B = A - A^t \in M_3(\mathbb{C})$.

a) Arătați că $B = -B^t$;

b) Demonstrați că $detB = 0$.

3. a) Calculaţi limita $\lim\limits_{x\to\infty}\left(x-\sqrt{x^2+3}\right)$;

b) Determinaţi constanta reală *a* pentru care: $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{a\cdot\ln(4-x)}{x-3}=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{2^x-8}{x^2-9}$.

4. Determinați asimptotele funcției: $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}x\ln\left(\frac{1}{x}+1\right), & x>0\\ 1, & x=0\\ x\left(3^{\frac{1}{x}}-1\right), & x<0\end{cases}$.

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru: 3 ore
Fiecare problemă se punctează de la 0 la 7 puncte.

Strada Ateneului Nr. 1, 320112
REŞIŢA - ROMANIA
Tel: 0255/214238; Fax: 0255/216042
e-mail: isjcaras@gmail.com
www.isjcs.ro

Str. General Berthelot nr. 28-30,
Sector 1, 010168, Bucuresti
Tel: +40 (0)21 405 57 06
Fax: +40 (0)21 310 32 05
www.edu.ro

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

Etapa locală, 5 martie 2016

PROFIL TEHNIC ŞI SERVICII, RESURSE NATURALE, PROTECŢIA MEDIULUI

SUBIECTE - clasa a XII-a

1. Se consideră grupurile $(G,*)$ şi $(\Gamma,\circ)$ cu legile de compoziţie: $x*y=x+y+3$, respectiv $x\circ y=x+y-3$ şi funcţia $f:G\to\Gamma$, $f(x)=x+6$.

a) Calculaţi $(1*2)*(0\circ 3)$;

b) Studiaţi dacă funcţia f este izomorfism între grupurile $(G,*)$ şi $(\Gamma,\circ)$.

2. Calculaţi următoarele integrale:

a) $\int \frac{(x+1)^2}{x}dx$, pentru $x>0$;

b) $\int_0^1 xe^x dx$.

3. Pe $M=[4,\infty)$ se defineşte legea $x\circ y=xy-4x-4y+20, \forall x,y\in M$.

a) Arătaţi că "$\circ$" este o lege de compoziţie pe $M=[4,\infty)$.

b) Studiaţi dacă există $p\in\mathbb{Z}$, astfel încât $x\circ p=p\circ x=p, \forall x\in M$.

4. Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x\cdot e^x$.

a) Arătaţi că $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=(x-1)\cdot e^x$ este o primitivă a lui f;

b) Arătaţi că $I=\int_1^x \frac{f(t)\cdot f'''(t)-(f''(t))^2}{f^2(t)}dt=\frac{x+1}{x}-2$.

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii.

Strada Ateneului Nr. 1, 320112
REŞIŢA - ROMANIA
Tel: 0255/214238; Fax: 0255/216042
e-mail: isjcaras@gmail.com
www.isjcs.ro

Str. General Berthelot nr. 28-30,
Sector 1, 010168, Bucuresti
Tel: +40 (0)21 405 57 06
Fax: +40 (0)21 310 32 05
www.edu.ro

Timp de lucru: 3 ore
Fiecare problemă se punctează de la 0 la 7 puncte.

Strada Ateneului Nr. 1, 320112
REŞIŢA - ROMANIA
Tel: 0255/214238; Fax: 0255/216042
e-mail: isjcaras@gmail.com
www.isjcs.ro

Str. General Berthelot nr. 28-30,
Sector 1, 010168, Bucuresti
Tel: +40 (0)21 405 57 06
Fax: +40 (0)21 310 32 05
www.edu.ro

Haimovici - 2016

Barem - cl. a IX-a - Tehnic și servicii

1. $|2x+1|>7 \Leftrightarrow 2x+1>7$ sau $2x+1<-7$

rezolvare inecuații 2p

$A=(-\infty,-4)\cup(3,\infty)$ 1p

$|3x-1|<4 \Rightarrow x\in\left(-1,\frac{8}{3}\right)\cap\mathbb{Z}$ 2p

$A\cap B=\phi$ 1p

$B\cap(1,4)=\{2\}$ 1p

2. $P(4,1)$ A 1p > $P(0,5)$ F (1p)

serie $P(a^2,1)$ 1p

rezolvă ec. 2p

finalizare 2p

3. desen 1p

det. măsura unghiului dintre vectorii $\vec{F}_1$ și $\vec{F}_2$ 2p

det. $\vec{F}_1+\vec{F}_2$ și $\vec{F}_1-\vec{F}_2$ 2p

calc. $\frac{\alpha}{2}=60^\circ$ 1p finalizare $\alpha=120^\circ$ 1p

4. $19,93 = 5\cdot 1,1 + 13\cdot 1,11$ 5p

au rămas $13+5=18$ nr. 1p

s-au șters $40-18=22$ nr. 1p

Harmonici - 2016

Barem - cl. a X-a - Tehnic și Servicii

1. rez. ec. (2p)

dct. $A = \{3\}$ (1p)

din $a+bi+\sqrt{a^2+b^2} = 2+4i$ (1p)

$\Rightarrow b=4,\ a=-3$ (2p)

dct. $B = \{-3+4i\}$ (1p)

2. a) 2p

b) 2p

c) 3p

3. a) $v(0) = 5+29\cdot\lg 1 = 5$ cuvinte/min. (3p)

b) $v(9) = 5+29\cdot\lg 10 = 34$ (4p)

4. dct. $x_{1,2} = 4 \pm 3i$ (5p)

$(a,b) \in \{(4,3),(4,-3)\}$ (2p)

Hallowria - 2016

Barem - cl. a XI-a - Tehnic și servicii

1. scrie matricea $X+A$ 1p

$\det(X+A) = X^2+X-2$ 2p

rezolvă ec $X^2+X-2=0$ 2p

finalizare pt. matr. X 2p

2. a) se dem. prin calcul 4p

b) calcul și finalizare 3p

3. a) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(x-\sqrt{x^2+3}\right)=0$ 2p

b) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{a\ln(4-x)}{x-3}=\lim\limits_{x\to 3}\frac{a\ln(1+3-x)}{-(3-x)}=-a$ 2p

$\lim\limits_{x\to 3}\frac{2^x-8}{x^2-9}=\lim\limits_{x\to 3}\frac{2^3(2^{x-3}-1)}{(x-3)(x+3)}=\frac{4}{3}\ln 2$ 2p

finalizare 1p

4. $y=1$ A.O. spre $+\infty$ 3p

$y=\ln 3$ A.O. spre $-\infty$ 4p

Haineovici - 2016

Barem - cl. a XII-a - Tehnic și servicii

1. a) 9 (2p)

b) Inj. fct. f (2p)

arată că $f(x*y) = f(x) \circ f(y)$ (2p)

finalizare (1p)

2. a) $J = \frac{x^2}{2} + x + \ln x + C$ (3p)

b) alegere corect $f(x) = x$ și $g'(x) = e^x$ (1p)

calc. $f'(x) = 1$, $g(x) = e^x$ (1p)

$\int_0^1 h(x)\,dx = x \cdot e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x\,dx = e - e^x \Big|_0^1 = 1$ (2p)

3. a) verificare $x \circ y \in M$ (3p)

b) $x \circ p = xp - 4x - 4p + 20 = p$ (2p)

$p = 4$ (2p)

4. a) $F'(x) = f(x)$ (2p)

b) $J = \int_1^x \left(\frac{f'(t)}{f(t)}\right)' dt$ (3p)

$J = \frac{f'(x)}{f(x)} - \frac{f'(1)}{f(1)} = \frac{x-1}{x} - 2$ (2p)