MONOTONIA PRIMITIVELOR

Arătați că orice primitivă a lui f este strict monotonă sau găsiți intervalele de monotonie a primitivelor pentru funcțiile următoare:

1) $f(x)=\dfrac{x^{200}+1}{x^4+1}$

2) $f(x)=-\sqrt{x^6+1}$

3) $f(x)=\ln(x^2+1)$

4) $f(x)=-e^{x^3-x}$

5) $f(x)=x^2+2^x$

6) $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$, $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$

7) $f(x)=\dfrac{2x+3}{x+2}$, $f:(-1,\infty)\to\mathbb{R}$

8) $f(x)=x^2+e^x$

9) $f(x)=-e^{x^2}$

10) $f(x)=1-e^{x^2}$

Prof. Ovidiu Bădescu

Fie $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{\ln x}{x}$

Arătați că pt primit pt f este $\searrow$ pe $(0,1)$ și este $\nearrow$ pe $(1,\infty)$

E_1) F primit. pt $f \Rightarrow F'(x)=f(x)$

$\Rightarrow F'(x)=\frac{\ln x}{x}$

E_2) pt a arăta că F este $\searrow$ pe $(0,1)$ și $\nearrow$ pe $(1,\infty)$,

facem tabel de variație pt $F''(x)$

E_3) $F'(x)=0 \Rightarrow \ln x=0 \Rightarrow x=1$

x	0		1	
F'	$\nexists$	$-$	0	$+$
F	$\searrow$		$\min$	$\nearrow$

$$F''\left(\frac{1}{e}\right)=\frac{\frac{\ln\frac{1}{e}}{\frac{1}{e}}}{\frac{1}{e}}=\frac{\ln e^{-1}}{\frac{1}{e}}=\frac{-1\cdot\ln e}{\frac{1}{e}}=-e<0$$

$\Rightarrow F'(x)<0, \forall x\in(0,1) \Rightarrow F_s\searrow$ pe $(0,1)$

$$F'(e)=\frac{\ln e}{e}=\frac{1}{e}>0 \Rightarrow F'(x)>0, \forall x\in(0,1)$$

$\Rightarrow F_s\nearrow$ pe $(1,\infty)$

Prof. Ovidiu Bădescu

Fie $f:(-1;\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{2x+3}{x+2}$

Arătați că $\forall$ primit. pt f este și în $(-1;\infty)$

E_1) F primitivă pt $f \Leftrightarrow F'(x)=f(x)$

E_2) $F_s\nearrow \Leftrightarrow F'(x)>0 \Leftrightarrow f(x)>0, \forall x\in(-1;\infty)$

E_3) semnul lui $f(x)=\frac{2x+3}{x+2}$

x	-2	$-\frac{3}{2}$	-1
$2x+3$	$-$ $-$ $-$	0	$+$ $+$ $+$
$x+2$	$-$ $-$ $-$	0	$+$ $+$ $+$
$\frac{2x+3}{x+2}$	$+$ $+$	0	$+$ $+$ $+$

$\forall x\in(-1;\infty) \Rightarrow f(x)>0 \Rightarrow F'(x)>0 \Rightarrow$

$\Rightarrow F_s\nearrow$, $\forall F$ primit. pt f

Prof. Ovidiu Pădescu