CALCULAREA SUMEI PUTERILOR ASEMENEA PENTRU ECUAȚIA DE GRAD III și IV

Dacă $S_n = x_1^n + x_2^n + x_3^n$ (gr III), $S_n = x_1^n + x_2^n + x_3^n + x_4^n$ (gr IV), unde S_0, S_1, S_2, S_3, și S_4 să deduceți relația de recurență de forma $\alpha S_{n+3} + \beta S_{n+2} + \gamma S_{n+1} + \delta S_n = 0$ (pt ec de gr III) respectiv de forma $\alpha S_{n+4} + \beta S_{n+3} + \gamma S_{n+2} + \delta S_{n+1} + \rho S_n = 0$ pt gr IV

1) $2x^3 + 3x + 4 = 0$

2) $3x^4 + x^2 + 5 = 0$

3) $x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 4x + 5 = 0$

4) $x^3 + 3x^2 - 5x + 4 = 0$

5) $3x^3 + 2x^2 + 1 = 0$

6) $2x^3 + x + 1 = 0$

7) $2x^3 + 3x^2 + 5x + 6 = 0$

8) $2x^4 - x^3 + 2x^2 + 4 = 0$

9) $3x^4 + 2x^3 + 5x^2 + 6x + 1 = 0$

10) $5x^3 + 2x^2 + 4x + 7 = 0$

Dacă $S_n = x_1^n + x_2^n + x_3^n + x_4^n$, găsiți S_{-1}, S_2, S_3, S_4 și deduceți relația de recurență a lui S_{n+4} a ec.: $3x^4 + x^2 + 5 = 0$

E_1). ec. este: $3x^4 + 0 \cdot x^3 + x^2 + 0 \cdot x + 5 = 0$

E_2) $\Delta_1 = 0,\ \Delta_2 = \frac{1}{3},\ \Delta_3 = 0,\ \Delta_4 = \frac{5}{3}$

E_3) $S_{-1} = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4} = \frac{\Delta_3}{\Delta_4} = \frac{0}{\frac{5}{3}} = 0$

$\Rightarrow \boxed{S_{-1} = 0}$ Dar, $S_1 = \Delta_1 = 0 \Rightarrow \boxed{S_1 = 0}$

E_2) $S_2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = (\Delta_1)^2 - 2\Delta_2 =$

$= 0 - 2 \cdot \frac{1}{3} \Rightarrow \boxed{S_2 = -\frac{2}{3}}$

E_3) $S_3 = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + x_4^3$

x_1 rad $\Rightarrow 3x_1^4 + x_1^2 + 5 = 0 \ /: x_1$

x_2 rad $\Rightarrow 3x_2^4 + x_2^2 + 5 = 0 \ /: x_2$

x_3 rad $\Rightarrow 3x_3^4 + x_3^2 + 5 = 0 \ /: x_3$

x_4 rad $\Rightarrow 3x_4^4 + x_4^2 + 5 = 0 \ /: x_4$

„+": $3S_3 + S_1 + 5 \cdot S_{-1} = 0$

$\Rightarrow 3S_3 + 0 + 5 \cdot 0 = 0 \Rightarrow \boxed{S_3 = 0}$

E_4) $S_4 = x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4$

x_1 rad $\Rightarrow 3x_1^4 + x_1^2 + 5 = 0$

x_2 rad $\Rightarrow 3x_2^4 + x_2^2 + 5 = 0$

x_3 rad $\Rightarrow 3x_3^4 + x_3^2 + 5 = 0$

x_4 rad $\Rightarrow 3x_4^4 + x_4^2 + 5 = 0$

„+": $3S_4 + S_2 + 20 = 0$

$\Rightarrow 3S_4 - \frac{2}{3} + 20 = 0 \ / \cdot 3$

$9S_4 + 58 = 0 \Rightarrow \boxed{S_4 = -\frac{58}{9}}$

E_5) $S_n = x_1^n + x_2^n + x_3^n + x_4^n$

x_1 rad $\Rightarrow 3x_1^4 + x_1^2 + 5 = 0 \ / \cdot x_1^n$

x_2 rad $\Rightarrow 3x_2^4 + x_2^2 + 5 = 0 \ / \cdot x_2^n$

x_3 rad $\Rightarrow 3x_3^4 + x_3^2 + 5 = 0 \ / \cdot x_3^n$

x_4 rad $\Rightarrow 3x_4^4 + x_4^2 + 5 = 0 \ / \cdot x_4^n$

„+": $3S_{n+4} + S_{n+2} + 5S_n = 0$