PUNCT DE EXTREM, MONOTONIA, DETERMINAREA PCT DE EXTREM CU PRIMA DERIVATĂ

1) pct. de extrem, pct critic

a) α pct de minim (se subînțelege minim local) $\Leftrightarrow \exists V$ o vecinătate a lui $x=\alpha$ pentru care

$f(x) \geq f(\alpha), \forall x \in V \cap D_f$

(adică $\exists$ un interval în jurul lui α (cât de mic) pt care $f(\alpha)$ e minim)

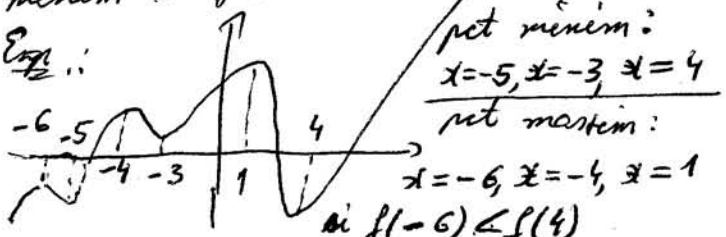
b) α pct de maxim (se subînțelege maxim local) $\Leftrightarrow \exists V$ o vecinătate a lui $x=\alpha$ pt care

$f(x) \leq f(\alpha), \forall x \in V \cap D_f$

(adică $\exists$ un interval în jurul lui α (cât de mic) pt care $f(\alpha)$ e maxim)

Obs.: o f_d poate avea mai multe pct de minim (respectiv de maxim) și se poate întâmpla ca valoarea într-un minim să fie mai mare decât în maxim

Exp.:



pct minim: $x=-5, x=-3, x=4$

pct maxim: $x=-6, x=-4, x=1$

și $f(-6) < f(4)$

c) α pct critic $\Leftrightarrow f'(\alpha)=0$

Obs: $\exists$ critic nu e extrem, $\exists$ extrem nu e critic

2) monotonia f_d cu derivata întâi

$f'(x)>0 \Rightarrow f_s \nearrow$ pe I

$f'(x)<0 \Rightarrow f_s \searrow$ pe I

$f'(x)\geq 0 \Rightarrow f \nearrow$ pe I

$f'(x)\leq 0 \Rightarrow f \searrow$ pe I

$f'(x)\geq 0$ și $f'(x)=0$ pct izolate $\Rightarrow f_s \nearrow$

$f'(x)\leq 0$ și $f'(x)=0$ pct izolate $\Rightarrow f_s \searrow$

Exp 1: $f(x)=x^3+x$, se cere monot.

$f'(x)=3x^2+1>0 \Rightarrow f_s \nearrow$ pe $\mathbb{R}$

Exp 2: $f(x)=x^3+1$, se cere monot

$f'(x)=3x^2\geq 0$ și $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=0$

$\Rightarrow f_s \nearrow$

Exp 3.: $f(x)=3x^2-12x+1$, mond(?)

$f'(x)=6x-12$, $f'(x)=0 \Rightarrow x=2$

x		2	
f'	---	0	+++
f	$\searrow$	-11	$\nearrow$

$f_s \searrow$ pe $(-\infty, 2]$

$f_s \nearrow$ pe $[2, \infty)$

$x=2$ pct MINIM

$f(2)=12-24+1=-11$

Obs.: la monotonie x ia interval închis în ambele părți

3) pct de extrem sunt de 3 feluri:

TIP I: $f'(\alpha)=0$, f' sch. semnul în $x=\alpha$

TIP II: $f'(\alpha)=\nexists$, f' sch semnul în $x=\alpha$ și există $f(\alpha)$

TIP III: orice capăt închis al D_f pt f_{cb} necontinue

Exp 1: dacă avem o funcție cu următorul tabel de variație

x	$-\infty$		-4		1		2		3		4		5		6	$+\infty$
f'	//	--	0	+	$\nexists$	-	$\nexists$	-	0	-	0	+	+			
f	//	$\searrow$	9	$\nearrow$	5	$\searrow$	3	$\searrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	8			

$\Rightarrow x=-4$ pct MAXIM (capăt închis pt D_f)

$x=1$ nu e de extrem pt că deși $f'(1)=\nexists$, f' sch semnul în $x=1$, ar fi trebuit să $\exists f(1)$

$x=2$ pct MAXIM (pt că $f'(2)=\nexists$, f' sch semnul în $x=2$ și $\exists f(2)$)

$x=3$ nu e de extrem (f' nu sch semnul)

$x=4$ nu e de extrem (f' nu sch semnul)

$x=5$ pct MINIM

$x=6$ nu e de extrem pt că e capăt deschis

pct critice: $x=4$ și $x=5$

PUNCTE CRITICE, DE EXTREM. MONOTONIA

Pentru $f:D\to\mathbb{R}$, găsiți punctele critice, de extrem și studiați monotonia în fiecare din situațiile următoare:

1) $f(x)=2x^3-6x^2-18x+7$

2) $f(x)=\dfrac{2x}{x^2+9}$

3) $f(x)=\dfrac{x^2-2x+2}{x-1}$

4) $f(x)=(x^2-x)e^x$

5) $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$

6) $f(x)=\dfrac{\ln x}{1+\ln x}$

7) $f(x)=2x^3+3x^2-12x+5$

8) $f(x)=x^4-8x^2$

9) $f(x)=\sqrt{x^2+x+1}$

10) $f(x)=x\cdot\sqrt{1-x^2}$

11) $f(x)=\ln(x^4+1)$

12) $f(x)=\dfrac{x^2}{x+1}$

13) $f(x)=18x^2-\ln x$

14) $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$ $f(x)=\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+1}$

15) $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$ $f(x)=x\sqrt{x}-3x$

16) $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{\ln(x+1)}{x}$

17) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\arcsin\dfrac{2x}{1+x^2}$, arăt. că f are două puncte de extrem știind că f nu e derivabilă în $x=-1$ și nici în $x=1$

18) $f(x)=\dfrac{2|x-1|}{x^2-x+1}$, deși f nu e derivabilă în $x=1$, îi cer pct. de extrem

19) $f:\mathbb{R}\setminus\{2\}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{x+2}e^{|x|}$, se cer pct de extrem

20) $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x+1)^{\frac{1}{x}}$, arăt. că f descrescătoare

Prof. Ovidiu Bădescu

Găsiți punctele critice, de extrem și studiați monotonia pentru $f: A_f \to \mathbb{R}$, $f(x) = x\sqrt{1-x^2}$

E_1) cond.: $1-x^2 \geq 0 \mid \cdot(-1) \Leftrightarrow x^2-1 \leq 0$

	-1		1	
x^2-1	$+$	0	$-$	0 $+$

$\Leftrightarrow x \in [-1;1]$

E_2) $f: [-1;1] \to \mathbb{R}$

E_3) $f'(x) = 1 \cdot \sqrt{1-x^2} + x \cdot \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} \cdot (-2x)$

$f'(x) = \sqrt{1-x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{1-x^2-x^2}{\sqrt{1-x^2}}$

$f'(x) = \frac{1-2x^2}{\sqrt{1-x^2}}$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}} = \pm\frac{\sqrt{2}}{2} \in [-1;1]$

E_4)

x	$[-1$		$-\frac{1}{\sqrt{2}}$		$\frac{1}{\sqrt{2}}$		$1]$
f'	$/\!/$	$-$	0	$+$	0	$-$	$/\!/$
f	$/\!/$	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	$/\!/$

E_5) pct critice: $x_1 = -\frac{1}{\sqrt{2}}$; $x_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$

pct extrem: $x_1 = -1$ (maxim), $x_2 = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ (minim),

$x_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ (maxim), $x_4 = 1$ (minim)

monotonie: $f_1 \searrow$ pe $[-1; -\frac{1}{\sqrt{2}}]$, $f_1 \nearrow$ pe $[-\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}]$;

$f_1 \searrow$ pe $[\frac{1}{\sqrt{2}}; 1]$

Profu' Dan Badescu

Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln(x^4+1)$

Găsiți punctele de extrem pentru f

E1) $f'(x)=\left(\ln(\underbrace{x^4+1}_{u})\right)'=\frac{1}{x^4+1}\cdot(x^4+1)'$

$=\frac{4x^3}{x^4+1}$

E2) $f'(x)=0\Rightarrow 4x^3=0\Rightarrow x=0$

E3)

x		-1		0	
$f'(x)$	$-\ -\ -\ -\ -$		$-$	0	$+\ +\ +\ +$
$f(x)$	↘		↘	0	↗

$f'(-1)=\frac{-4}{2}=-2<0$

$f'(1)=\frac{4}{2}=2>0$

E4) Calculăm $f(0)=\ln(0+1)=\ln 1=0$

$\Rightarrow x=0$ pct critic și din tabel

$\Rightarrow x=0$ pct extrem

Prof. Ovidiu Băgescu

Fie $f(x)=\frac{x^2}{x+1}$, calculați monotonia lui f.

E1) $f'(x)=\left(\frac{x^2}{x+1}\right)'=\frac{(x^2)'(x+1)-x^2\cdot(x+1)'}{(x+1)^2}$

$=\frac{2x(x+1)-x^2\cdot 1}{(x+1)^2}=\frac{x^2+2x}{(x+1)^2}$

E2) tabel de variație: $f'(x)=0\Rightarrow x^2+2x=0$

$\Leftrightarrow x(x+2)=0\Rightarrow \begin{cases} x_1=0 \\ x_2=-2 \end{cases}$ $\quad$ $\forall x\in(x+1)^2>0$

E3)

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
f'	$+$	$+$	0	$-$	$\nexists$	$-$	0	$+$	$+$
f	$\nearrow$		1	$\searrow$	$\nexists$	$\searrow$	0	$\nearrow$	

E4) $f\nearrow$ pe $x\in(-\infty,-2]$

$f\searrow$ pe $x\in[-2,0]\setminus\{-1\}$

$f\nearrow$ pe $x\in[0,\infty)$

$x=-2$, $x=0$ puncte critice

$x=-2$ MAX

$x=0$ MIN

Prof. Ovidiu Bădescu

Fie $f(x) = 18x^2 - \ln x$

Găsiți intervalele de monotonie, pct critice, pct extreme

E_1) Cond.: $x > 0 \Rightarrow x \in (0, \infty)$

$\Rightarrow f: (0, \infty) \to \mathbb{R}$

E_2) $f'(x) = (18x^2 - \ln x)' = 36x - \frac{1}{x} = \frac{36x^2 - 1}{x}$

E_3) $f'(x) = 0 \Rightarrow 36x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{36} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{6}$

E_4)

x	$(0$		$\frac{1}{6}$	
f'	$-$	$-$	0	$+$
f	$\searrow$		$\frac{1}{2} + \ln 6$	$\nearrow$

Pt semnul lui f', luăm valoare sau calculăm limita, în cazul nostru $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} f'(x) = \lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} \frac{36x^2 - 1}{x} \overset{\frac{-1}{0^+}}{=} -\infty$

$\Rightarrow f'(x) < 0, \forall x \in (0, \frac{1}{6})$

$f'(1) = \frac{36 \cdot 1 - 1}{1} > 0$

E_5) $f(\frac{1}{6}) = 18 \cdot \frac{1}{36} - \ln \frac{1}{6} = \frac{1}{2} - (\underbrace{\ln 1}_{0} - \ln 6)$

$= \frac{1}{2} + \ln 6$

E_6) $f \searrow \forall x \in (0, \frac{1}{6}]$

$f \nearrow \forall x \in [\frac{1}{6}, \infty)$

$x = \frac{1}{6}$ pct critic

$x = \frac{1}{6}$ pct extrem (MIN)

Fie $g(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$, x cere monot lui g unde $g: (0, \infty) \to \mathbb{R}$

E1) $g'(x) = \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\right)' = \frac{1' \cdot x - 1 \cdot x'}{x^2} - \frac{1'(x+1) - 1(x+1)'}{(x+1)^2}$

$= -\frac{1}{x^2} - \frac{-1}{(x+1)^2} = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}$

E2) $g'(x) = \frac{-(x+1)^2 + x^2}{x^2(x+1)^2} = \frac{-x^2 - 2x - 1 + x^2}{x^2(x+1)^2} =$

$= \frac{-2x-1}{x^2(x+1)^2}$

E3) $g'(x) = 0 \Rightarrow -2x - 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$

E4)

x		$-\frac{1}{2}$		0
g'		0		
g				

pt a găsi semnul lui g', calculăm

$g'(1) = \frac{-3}{1 \cdot 2^2} < 0 \Rightarrow g(x) < 0, \forall x \in (0, \infty)$

$\Rightarrow g \searrow$ ' $\nexists$ pct critice
$\nexists$ pct extrem

Fie $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x\sqrt{x}-3x$

Calculați $f'(x)$ și studiați monotonia

E1) $f'(x)=x'\cdot\sqrt{x}+x\cdot(\sqrt{x})'-3\cdot 1$

$f'(x)=\sqrt{x}+x\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}-3$

$f'(x)=\frac{2x+x-6\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}=\frac{3x-6\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$

E2) $f'(x)=0\Rightarrow 3x-6\sqrt{x}=0\Rightarrow x-2\sqrt{x}=0$

$\Rightarrow x=2\sqrt{x}\Rightarrow 2\sqrt{x}=x$

Deoarece $x>0$ (din D_f), avem voie să ridicăm la pătrat $\Rightarrow 4x=x^2$

$x^2-4x=0\to x(x-4)=0\Leftarrow \begin{matrix} x=0\notin D_f \\ \text{sau} \\ x=4\end{matrix}$

E3)

x	$(0$		4	
f'		$-$	0	$+$
f		$\searrow$		$\nearrow$

$x=4$ pct critic

$x=4$ MIN

Calc. $f'(1)=\frac{3\cdot 1-6\sqrt{1}}{2\sqrt{1}}=\frac{-3}{2}<0\to f'(x)<0,\ \forall x\in(0,4)$

$\Rightarrow f\searrow,\ \forall x\in(0,4]$

$f'(9)=\frac{3\cdot 9-6\sqrt{9}}{2\sqrt{9}}=\frac{27-18}{2\cdot 3}>0\Rightarrow f'(x)>0,\ \forall x>4$

$\Rightarrow f\nearrow\ \forall x\in[4,\infty)$

Prof. Ovidiu Pădescu

Fie $f:(0;\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{\ln(x+1)}{x}$

Arătați că f este descrescătoare

$E_1)\ f'(x)=\left(\frac{\ln(x+1)}{x}\right)'=\frac{(\ln(x+1))'\cdot x-\ln(x+1)\cdot x'}{x^2}=$

$=\frac{\frac{1}{x+1}\cdot x-\ln(x+1)}{x^2}=\frac{\frac{x-(x+1)\ln(x+1)}{x+1}}{x^2}$

$f'(x)=\frac{x-(x+1)\ln(x+1)}{x^2(x+1)}$

$E_2)$ Pt a găsi semnul lui $f'(x)$, studiem semnul lui $g(x)=x-(x+1)\ln(x+1)$

$g'(x)=1-\left((x+1)'\ln(x+1)+(x+1)(\ln(x+1))'\right)$

$g'(x)=1-\left(1\cdot\ln(x+1)+(x+1)\cdot\frac{1}{x+1}\cdot 1\right)$

$g'(x)=1-\ln(x+1)-1=-\ln(x+1)$

$E_3)\ g'(x)=0\to-\ln(x+1)=0\Rightarrow\ln(x+1)=0\Rightarrow x+1=1\Rightarrow$

$\Rightarrow x=0\notin D_f$

x	0	
g'	//	$-$
g	// 0	$\searrow$

$g'(e)=-\ln(e+1)$, greu de văzut semnul (pentru voi)

$\lim\limits_{x\to\infty} g'(x)=\lim\limits_{x\to\infty}-\ln(x+1)\overset{-\infty}{=\!=}-\infty\Rightarrow g'(x)<0,$

$\forall x\in(0;\infty)\Rightarrow g\searrow,\ \lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} g(x)=0-1\ln 1=0$

$\Rightarrow g(x)<0,\ \forall x\in(0;\infty)\Rightarrow f'(x)<0\Rightarrow f\searrow$

Prof. Ovidiu Bădescu

Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\arcsin\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$. Se știe că $f'(x)=\begin{cases}\frac{-2}{1+x^2}, & x\in(-\infty;-1)\cup(1;\infty)\\ \frac{2}{1+x^2}, & x\in(-1;1)\end{cases}$ și că f nu e derivabilă în $x\in\{-1;1\}$.

Arătați că f are două puncte de extrem

E_1) $\forall x\in(-\infty;-1)\cup(1;\infty)$, ec. $f'(x)=0$ nu are rădăcini, la fel $\forall x\in(-1;1)\Rightarrow$ ec. $f'(x)=0$ nu are rădăcini

$\Rightarrow f'$ are semn constant pe fiecare interval dintre $(-\infty;-1)$, $(-1;1)$ respectiv $(1;\infty)$

E_2)

x		-1		1	
f'	$-\ -\ -\ -$	$\|$	$+\ +\ +$	$\|$	$-\ -\ -$
f	$\searrow$	$-\pi/2$	$\nearrow$	$\pi/2$	$\searrow$

$f'(x)<0$ pe $(-\infty;-1)$ și pe $(1;\infty)\Rightarrow f\searrow$ pe aceste intervale

$f'(x)>0$ pe $(-1;1)\Rightarrow f\nearrow$ pe $(-1;1)$

E_3) $f(-1)=\arcsin\left(\frac{-2}{2}\right)=\arcsin(-1)=-\arcsin 1=-\frac{\pi}{2}$

$f(1)=\arcsin\frac{2}{2}=\arcsin 1=\frac{\pi}{2}$

E_4) $\Rightarrow A(-1;-\pi/2)$ pct extrem (MINIM)

$B(1;\pi/2)$ pct extrem (MAXIM)

Prof. Ovidiu Badescu

Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{2|x-1|}{x^2-x+1}$. Câte rădăcini are $f(?)$, dacă știm că f nu e derivabilă în $x=1$

E_1) explicităm modulul

x		1	
$x-1$	$---$	0	$+++$

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{-2(x-1)}{x^2-x+1}, & x\le 1\\ \dfrac{2(x-1)}{x^2-x+1}, & x>1\end{cases}$$

E_2) $f_1(x)=\dfrac{-2(x-1)}{x^2-x+1}$, $f_1'(x)=-2\cdot\dfrac{1(x^2-x+1)-(x-1)(2x-1)}{(x^2-x+1)^2}$

$$=-2\cdot\frac{x^2-x+1-2x^2+3x-1}{(x^2-x+1)^2}=-2\cdot\frac{-x^2+2x}{(x^2-x+1)^2}$$

$f_1'(x)=0\Rightarrow x(x-2)=0\Rightarrow x\in\{0,2\}\xrightarrow{x\le 1} x=0$

Analog, $f_2'(x)=2\cdot\dfrac{-x^2+2x}{(x^2-x+1)^2}\xrightarrow{x>1} x=2$

E_3) Tabel de variație

x		-1		0		1		2	
f'	$+++$	$\exists$	$+++$	0	$---$	$\nexists$	$+++$	0	$----$
f	$\nearrow$		$\searrow$	0	$\nearrow$		$\searrow$		

$f'(-1)>0$; $f'\left(\frac{1}{2}\right)<0$; $f'\left(\frac{3}{2}\right)>0$; $f'(3)<0$; $f(1)=0$

E_4) $x_1=0$ pct MAXIM $\quad x_3=2$ MAXIM

$x=1$ pct MINIM

Prof. Ovidiu Badescu

Fie $f:\mathbb{R}\setminus\{-2\}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{x+2}e^{|x|}$, găsiți punctele de extrem

---

E_1) explicităm modulul $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x+2}e^{-x}, & x<0\\ \frac{1}{x+2}e^{x}, & x\geq 0\end{cases}$

E_2) se arată f cont în $x=0$ și $f'_s(0)=\frac{-3}{4}$, $f'_d(0)=\frac{1}{4}$

$\Rightarrow f$ nu e deriv în $x=0$

E_3) $f_1'(x)=\left(\frac{e^{-x}}{x+2}\right)'=\frac{e^{-x}\cdot(-1)(x+2)-e^{-x}\cdot 1}{(x+2)^2}=$

$=\frac{-e^{-x}\cdot x-2e^{-x}-e^{-x}}{(x+2)^2}=\frac{e^{-x}(-x-3)}{(x+2)^2}\Rightarrow$

$f_1'(x)=0\Rightarrow x=-3\in(-\infty;0)$

E_4) $f_2'(x)=\left(\frac{e^{x}}{x+2}\right)'=\frac{e^{x}(x+2)-e^{x}\cdot 1}{(x+2)^2}=$

$=\frac{e^{x}(x+1)}{(x+2)^2}$, $f_2'(x)=0\Rightarrow x=-1\notin[0;\infty)$

E_5)

x		-3		-2		0	
f'	$+\ +$	0	$-\ -$	$\nexists$	$-\ -$	0	$+\ +\ +$
f	$\nearrow$	$-e^3$	$\searrow$	$\nexists$	$\searrow$	$\frac{1}{2}$	$\nearrow$

$f'(-4)=\frac{e^{4}(4-3)}{(-4+2)^2}>0\Rightarrow f_s\nearrow$; $f'(-2{,}5)=\frac{e^{2{,}5}(2{,}5-3)}{(-)^2}<0\Rightarrow f_s\searrow$

$f'(-1)=\frac{e^{-2}(-)}{(-)^2}<0\Rightarrow f_s\searrow$; $f'(1)=\frac{e\cdot 2}{(+)^2}>0\Rightarrow f_s\nearrow$

E_6) Deoarece $\exists f(-3)=-e^3$ și $f(0)=\frac{1}{2}\Rightarrow A(-3;-e^3)$ pct MAXIM

$B(0;1/2)$ pct MINIM

Prof. Ciprian Boiangiu

Fie $f:(0;\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x+1)^{\frac{1}{x}}$, arătați că f este descrescătoare.

$E_1)\ f'(x)=\left((x+1)^{\frac{1}{x}}\right)' \overset{f^g=e^{g\ln f}}{=\!=} \left(e^{\frac{1}{x}\ln(x+1)}\right)'=$

$=\left(e^{\frac{\ln(x+1)}{x}}\right)'=e^{\frac{\ln(x+1)}{x}}\cdot\left(\frac{\ln(x+1)}{x}\right)'=$

$=e^{\frac{\ln(x+1)}{x}}\cdot\frac{\frac{1}{x+1}\cdot x-\ln(x+1)\cdot 1}{x^2}=$

$=e^{\frac{\ln(x+1)}{x}}\cdot\frac{x-(x+1)\ln(x+1)}{x+1}=e^{\frac{\ln(x+1)}{x}}\cdot\frac{x-(x+1)\ln(x+1)}{x^2(x+1)}$

$E_2)$ ne interesează semnul lui $f'(x)$, cum $e^{\frac{\ln(x+1)}{x}}>0$ și $x^2(x+1)>0,\ \forall x\in(0,\infty)$, studiem semnul pentru $g:(0;\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=x-(x+1)\ln(x+1)$

$E_3)\ g'(x)=1-\left(1\cdot\ln(x+1)+(x+1)\cdot\frac{1}{x+1}\right)=1-\ln(x+1)-1$

$g'(x)=-\ln(x+1)$. Dacă $g'(x)=0\Rightarrow\ln(x+1)=0$

$\Rightarrow x+1=e^0\Rightarrow x+1=1\Rightarrow x=0\notin D_g$

$E_4)$

x	0	
g'	//	$-\ -\ -\ -\ -$
g	//	$\searrow$

$g'(1)=-\ln 2<0$

$\Rightarrow g\searrow$

$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} g(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}(x-(x+1)\ln(x+1))=0-1\cdot 0=0\Rightarrow g(x)<0$

$\Rightarrow f\searrow$