5 ECUAȚII IRAȚIONALE DE TIPUL

$$\sqrt{f(x)} \pm \sqrt{g(x)} = h(x)$$

Rezolvați:

1) $\sqrt{x-1} + \sqrt{2-x} = 1$

2) $\sqrt{15-x} + \sqrt{3-x} = 6$

3) $\sqrt{3x+7} - \sqrt{x+1} = 2$

4) $\sqrt{7-x} + \sqrt{x-5} = 2$

5) $\sqrt{4x-3} + \sqrt{5x+1} = \sqrt{15x+4}$

6) $\sqrt{x+5} + \sqrt{x+3} = \sqrt{2x+7}$

7) $\sqrt{2x^2+5x+2} - \sqrt{x^2+x-2} = \sqrt{3(x+2)}$

8) $\sqrt{2x^2-5x+2} - \sqrt{x^2-x-2} = \sqrt{x^2-3x+2}$

9) $\sqrt{5x+1} - \sqrt{6x-2} - \sqrt{x+6} + \sqrt{2x+3} = 0$

10) $\sqrt{7-2x} + \sqrt{2x-5} = 2$

11) $\sqrt{2x+3} - \sqrt{x+1} = 1$

12) $\sqrt{x+1} + \sqrt{2x+3} = 5$

13)

Prof. Ovidiu Bădescu

Rezolvați: $\sqrt{x-1}+\sqrt{2-x}=1$

E_1) Cond: $\begin{cases} x-1\geq 0 \Rightarrow x\in[1;\infty) = I_1 \\ 2-x\geq 0 \Rightarrow x\leq 2 \Rightarrow x\in(-\infty;2] = I_2 \end{cases}$

$I_C = I_1 \cap I_2 = [1;2]$

E_2) $\sqrt{x-1}+\sqrt{2-x}=1 \mid ()^2$

$\Rightarrow (\sqrt{x-1}+\sqrt{2-x})^2 = 1 \Rightarrow$

$x-1+2\sqrt{(x-1)(2-x)}+2-x=1$

$2\sqrt{(x-1)(2-x)} = 0 \mid :2$

$\sqrt{(x-1)(2-x)} = 0 \mid ()^2$

$\Rightarrow (x-1)(2-x)=0 \Rightarrow$ sau $\begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x_1=1\in I_C \\ 2-x=0 \Rightarrow x_2=2\in I_C \end{cases}$

E_3) $S_f: x\in\{1;2\}$

Prof. Ovidiu Badescu

Rezolvați: $\sqrt{x+5}+\sqrt{x+3}=\sqrt{2x+7}$

$E_1)$ cond: $\begin{cases} x+5\geq 0 \Rightarrow x\in[-5,\infty)=I_1 \\ x+3\geq 0 \Rightarrow x\in[-3,\infty)=I_2 \end{cases}$

$I_C=I_1\cap I_2=[-3,\infty)$

$E_2)\ \sqrt{x+5}+\sqrt{x+3}=\sqrt{2x+7}\ |(\ )^2$

$\left(\sqrt{x+5}+\sqrt{x+3}\right)^2=\left(\sqrt{2x+7}\right)^2$

$x+5+2\sqrt{(x+5)(x+3)}+x+3=2x+7$

$2\sqrt{(x+5)(x+3)}=-1$

$\sqrt{(x+5)(x+3)}=-\frac{1}{2}$ fals

$\Rightarrow x\in\emptyset$

Prof. Ovidiu Badescu

Rezolvați: $\sqrt{5x+1}-\sqrt{6x-2}-\sqrt{x+6}+\sqrt{2x+3}=0$

E_1) cond: $\begin{cases} 5x+1\geq 0 \\ 6x-2\geq 0 \\ x+6\geq 0 \\ 2x+3\geq 0 \end{cases}$ nu le rezolv dar soluțiile posibile le verific în ec. inițială

E_2) ec $\Leftrightarrow \sqrt{5x+1}+\sqrt{2x+3}=\sqrt{6x-2}+\sqrt{x+6}\ |()^2$

$\Leftrightarrow 5x+1+2\sqrt{(5x+1)(2x+3)}+2x+3=6x-2+2\sqrt{(6x-2)(x+6)}+x+6$

$7x+4+2\sqrt{(5x+1)(2x+3)}=7x+4+2\sqrt{(6x-2)(x+6)}$

$\sqrt{(5x+1)(2x+3)}=\sqrt{(6x-2)(x+6)}\ |()^2$

E_3) $10x^2+15x+2x+3=6x^2+36x-2x-12$

$4x^2-17x+15=0$

$x_{1,2}=\dfrac{17\pm\sqrt{289-240}}{2\cdot 4}=\dfrac{17\pm 7}{8}\begin{cases}\frac{24}{8}=3\\ \frac{10}{8}=\frac{5}{4}\end{cases}$

E_4) soluții posibile sunt $x_1=3$, $x_2=\frac{5}{4}$, le verificăm în ec inițială:

$x_1=3\Rightarrow\sqrt{16}-\sqrt{16}-\sqrt{9}+\sqrt{9}=0$ adev $\Rightarrow x_1=3$ soluție

$x_2=\frac{5}{4}\Rightarrow\sqrt{\frac{29}{4}}-\sqrt{\frac{22}{4}}-\sqrt{\frac{29}{4}}+\sqrt{\frac{22}{4}}=0$ adev $\Rightarrow x_2=\frac{5}{4}$ soluție

E_5) $S_f: x\in\{\frac{5}{4};3\}$

Prof. Ovidiu Badescu

Rezolvați:

$$\sqrt{2x+3} - \sqrt{x+1} = 1$$

E_1) Cond.: $\begin{cases} 2x+3 \geq 0 \\ x+1 \geq 0 \end{cases}$ nu le rezolv dar soluțiile posibile le verific în ec.

E_2) $\sqrt{2x+3} - \sqrt{x+1} = 1 \mid (\,)^2 \Rightarrow \left(\sqrt{2x+3} - \sqrt{x+1}\right)^2 = 1$

$\Rightarrow 2x+3 - 2\sqrt{(2x+3)(x+1)} + x + 1 = 1$

$3x + 4 - 2\sqrt{(2x+3)(x+1)} = 1$

$-2\sqrt{(2x+3)(x+1)} = -3 - 3x \mid \cdot(-1)$

$2\sqrt{(2x+3)(x+1)} = 3x + 3 \mid (\,)^2$

E_3) $4(2x+3)(x+1) = (3x+3)^2 \Leftrightarrow$

$4(2x^2 + 2x + 3x + 3) = 9x^2 + 18x + 9$

$8x^2 + 20x + 12 = 9x^2 + 18x + 9$

E_4) $x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm 4}{2}$

$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -1 \end{cases}$ sol posibile

E_5) le verific în ec. inițială

$x_1 = 3 \Rightarrow \sqrt{9} - \sqrt{4} = 1 \Leftrightarrow 3 - 2 = 1$ ok.

$x_2 = -1 \Rightarrow \sqrt{1} - \sqrt{0} = 1 \Leftrightarrow 1 - 0 = 1$ ok.

$S_p: x \in \{-1; 3\}$

Prof. Ovidiu Badescu

Rezolvați:

$$\sqrt{x+1}+\sqrt{2x+3}=5$$

E_1) Cond: $\begin{cases} x+1\geq 0 \Rightarrow x\geq -1 \Rightarrow x\in[-1;\infty)=I_1 \\ 2x+3\geq 0 \Rightarrow x\geq -\frac{3}{2} \Rightarrow x\in[-\frac{3}{2};\infty)=I_2 \end{cases}$

$I_C = I_1 \cap I_2 = [-1;\infty)$

E_2) $\sqrt{x+1}+\sqrt{2x+3}=5 \mid (\,)^2$

$x+1+2\sqrt{(x+1)(2x+3)}+2x+3=25$

$2\sqrt{(x+1)(2x+3)}=21-3x \mid$

E_3) Cond. suplimentară

$21-3x\geq 0 \Rightarrow 3x\leq 21 \Rightarrow x\in(-\infty;7]$

$\Rightarrow I_C=[-1;\infty)\cap(-\infty;7]=[-1;7]$

E_4) $2\sqrt{(x+1)(2x+3)}=21-3x \mid (\,)^2$

$4(x+1)(2x+3)=(21-3x)^2 \Leftrightarrow$

$4(2x^2+5x+3)=441-126x+9x^2$

$x^2-146x+429=0$

$x_{1,2}=\frac{146\pm\sqrt{\quad}}{2\cdot 1}=\frac{146\pm}{}$ $\begin{cases} 3\in I_C \\ 143\notin I_C \end{cases}$

S_f: $\boxed{x=3}$

Prof. Ovidiu Bădescu