BINOMUL LUI NEWTON. TERMEN GENERAL

Pentru dezvoltarea dată, studiați dacă există termen care

1) conține pe x^{-1} pt $\left(\frac{\sqrt[3]{x}}{y}-\frac{y}{\sqrt[4]{x}}\right)^{18}$

2) nu conține pe x pt $\left(\frac{\sqrt[3]{x}}{y}-\frac{y}{\sqrt[4]{x}}\right)^{18}$

3) nu conține pe y pt $\left(\frac{\sqrt[3]{x}}{y}-\frac{y}{\sqrt[4]{x}}\right)^{18}$

4) x și y au exponenți egali pt $\left(\frac{\sqrt[3]{x}}{y}-\frac{y}{\sqrt[4]{x}}\right)^{18}$

5) conține pe y^2 pt $\left(\frac{\sqrt[3]{x}}{y}-\frac{y}{\sqrt[4]{x}}\right)^{18}$

6) conține pe x^6 pt $\left(\sqrt[3]{x}-x\sqrt{x}\right)^{11}$

7) conține pe x^3 pt $\left(\sqrt[5]{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{17}$

8) nu conține pe x pt $\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^{20}$

9) x și y au exponenți egali pentru $\left(\sqrt{\frac{x}{\sqrt[3]{y}}}+\sqrt[4]{\frac{y}{\sqrt{x}}}\right)^{17}$

10) conține pe x^{-5} pt $\left(\frac{1}{\sqrt[7]{x}}+\sqrt[3]{x^2}\right)^{20}$

11) conține pe x^3 din $\left(\sqrt[3]{x}+\sqrt[4]{\frac{1}{x}}\right)^{100}$

Prof. Ovidiu Bădescu

Găsiți termenul ce conține pe x^{-1} din

$$\left(\frac{\sqrt[3]{x}}{y}-\frac{y}{\sqrt[4]{x}}\right)^{18}$$

E1) $T_{k+1}=C_{18}^{k}\left(\frac{\sqrt[3]{x}}{y}\right)^{18-k}\cdot\left(-\frac{y}{\sqrt[4]{x}}\right)^{k}$

$$T_{k+1}=C_{18}^{k}\, x^{\frac{18-k}{3}}\cdot y^{-(18-k)}\cdot(-1)^{k}\cdot y^{k}\cdot x^{-\frac{k}{4}}$$

$$T_{k+1}=C_{18}^{k}(-1)^{k}\cdot x^{\frac{18-k}{3}-\frac{k}{4}}\cdot y^{-18+k+k} \qquad (*)$$

E2) T_{k+1} conține pe $x^{-1}\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{18-k}{3}-\frac{k}{4}=-1\ /\cdot 12$$

$$4(18-k)-3k=-12\Rightarrow 72-7k=-12$$

$$\Leftrightarrow 84=7k\Rightarrow k=\frac{84}{7}\Rightarrow k=12\in\mathbb{N}$$

E3) $T_{k+1}=T_{12+1}\overset{(*)}{=}C_{18}^{12}(-1)^{12}\cdot x^{2-3}y^{6}$

$$\boxed{T_{13}=C_{18}^{12}x^{-1}y^{6}}$$

Prof. Ovidiu Badescu

Pentru dezvoltarea $\left(\frac{\sqrt[3]{x}}{y} - \frac{y}{\sqrt[4]{x}}\right)^{18}$,

stabiliți dacă există termen ce nu-l conține pe x

E1) $T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k \Rightarrow T_{k+1} = C_{18}^k \left(\frac{\sqrt[3]{x}}{y}\right)^{18-k} \cdot \left(-\frac{y}{\sqrt[4]{x}}\right)^k$

E2) $T_{k+1} = C_{18}^k \left(x^{\frac{1}{3}} y^{-1}\right)^{18-k} \cdot (-1)^k \left(y \cdot x^{-\frac{1}{4}}\right)^k$

$T_{k+1} = C_{18}^k \, x^{\frac{18-k}{3}} \cdot y^{-18+k} \cdot (-1)^k \cdot y^k \cdot x^{-\frac{k}{4}}$

$T_{k+1} = C_{18}^k \cdot (-1)^k \cdot x^{\frac{18-k}{3} - \frac{k}{4}} \cdot y^{-18+k+k}$

$T_{k+1} = C_{18}^k (-1)^k \cdot x^{\frac{72-7k}{12}} \cdot y^{-18+2k}$

E3) T_{k+1} nu conține pe $x \Leftrightarrow \frac{72-7k}{12} = 0$

$\Leftrightarrow 72 = 7k \Leftrightarrow k = \frac{72}{7} \notin \mathbb{N} \Rightarrow$

$\Rightarrow \nexists$ termen care să nu-l conțină pe x

Prof. Ovidiu Bagesu

Studiați dacă există termen ce nu-l conține pe y în dezvoltarea $\left(\frac{\sqrt[3]{x}}{y} - \frac{y}{\sqrt[4]{x}}\right)^{18}$

$E_1)\ T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} \cdot b^k = C_{18}^k \left(\frac{\sqrt[3]{x}}{y}\right)^{18-k} \cdot \left(-\frac{y}{\sqrt[4]{x}}\right)^k$

$T_{k+1} = C_{18}^k \left(x^{\frac{1}{3}} y^{-1}\right)^{18-k} \cdot (-1)^k \cdot \left(y^1 \cdot x^{-\frac{1}{4}}\right)^k$

$T_{k+1} = C_{18}^k \, x^{\frac{18-k}{3}} \, y^{-18+k} \cdot (-1)^k \cdot y^k \cdot x^{-\frac{k}{4}}$

$T_{k+1} = C_{18}^k \cdot (-1)^k \cdot x^{\frac{18}{3} - \frac{k}{3} - \frac{k}{4}} \cdot y^{-18+k+k}$

$T_{k+1} = C_{18}^k \cdot (-1)^k \cdot x^{\frac{72-7k}{12}} \cdot y^{-18+2k}$

$T_{k+1} = C_{18}^k (-1)^k \cdot x \cdot y$

$E_2)\ T_{k+1}$ nu conține pe $y \Leftrightarrow -18+2k=0$

$\Leftrightarrow k=9 \Rightarrow T_{10}$ nu conține pe y

Prof. Ovidiu Băcescu

Verificați dacă 7 termen din dezvoltarea $\left(\sqrt{\frac{x}{\sqrt[3]{y}}}+\sqrt{\frac{y}{\sqrt{x}}}\right)^{17}$ în care x și y au exponenți egali

---

E1) $T_{k+1}=C_n^k a^{n-k} b^k = C_{17}^k \left(\sqrt{\frac{x}{\sqrt[3]{y}}}\right)^{17-k} \cdot \left(\sqrt{\frac{y}{\sqrt{x}}}\right)^k =$

$= C_{17}^k \left(x^{\frac{1}{2}} y^{-\frac{1}{6}}\right)^{17-k} \cdot \left(y^{\frac{1}{2}} x^{-\frac{1}{4}}\right)^k =$

$= C_{17}^k \, x^{\frac{17-k}{2}-\frac{k}{4}} \cdot y^{-\frac{17-k}{6}+\frac{k}{2}}$

E2) exponenții sunt egali $\Rightarrow$

$\frac{17-k}{2}-\frac{k}{4}=-\frac{17-k}{6}+\frac{k}{2} \quad | \cdot 12$

$6(17-k)-3k=-2(17-k)+6k$

$102-9k=-34+8k$

$\Rightarrow 136=17k \Rightarrow k=\frac{136}{17}=8$

E3) termenul este T_{k+1} adică

$T_9 = C_{17}^8 \, x^{\frac{9}{2}} y^{\frac{5}{2}}$

Prof. Ovidiu Bădescu

Găsiți termenul ce conține pe x^{-5} din

$$\left(\frac{1}{\sqrt[7]{x}}+\sqrt[3]{x^2}\right)^{20}$$

$E_1)\ T_{k+1}=C_n^k a^{n-k}b^k=C_{20}^k\left(\frac{1}{\sqrt[7]{x}}\right)^{20-k}\left(\sqrt[3]{x^2}\right)^k$

$$T_{k+1}=C_{20}^k\left(x^{-\frac{1}{7}}\right)^{20-k}\cdot\left(x^{\frac{2}{3}}\right)^k=C_{20}^k\, x^{-\frac{20-k}{7}+\frac{2k}{3}}$$

$$\Rightarrow T_{k+1}=C_{20}^k\, x^{\frac{-60+17k}{21}}$$

$E_2)\ T_{k+1}$ conține pe $x^{-5}\Rightarrow \frac{-60+17k}{21}=-5$

$$\Rightarrow -60+17k=-105\Rightarrow 17k=-105+60$$

$$17k=-45\Rightarrow k=-\frac{45}{17}\notin\mathbb{N}$$

$\Rightarrow \nexists$ termen ce conține pe x^{-5}

Prof. Ovidiu Bădescu

Găsiți termenul ce conține pe x^3 din

$$\left(\sqrt[3]{x}+\sqrt[4]{\frac{1}{x}}\right)^{100}$$

E1) $T_{k+1}=C_n^k a^{n-k} b^k \Rightarrow T_{k+1}=C_{100}^k \left(\sqrt[3]{x}\right)^{100-k}\left(\sqrt[4]{\frac{1}{x}}\right)^k$

$$T_{k+1}=C_{100}^k \cdot x^{\frac{100-k}{3}} \cdot x^{-\frac{k}{4}} = C_{100}^k x^{\frac{100-k}{3}-\frac{k}{4}}$$

E2) T_{k+1} conține pe $x^3 \Leftrightarrow \frac{100-k}{3}-\frac{k}{4}=3 \mid \cdot 12$

$$\Rightarrow 4(100-k)-3k=36 \Leftrightarrow 400-7k=36$$

$$-7k=-364 \mid :(-7)$$

$$\Rightarrow k=52 \in \mathbb{N}$$

E3) $T_{k+1}=T_{53}=C_{100}^{52} x^3$

Prof. Ovidiu Bădescu

Găsiți termenul din $\left(\frac{\sqrt[3]{a}}{b}+\frac{b}{\sqrt[4]{a}}\right)^{22}$ care-l conține pe $\frac{1}{a^2}$

E1) $T_{k+1}=C_n^k a^{n-k}\cdot b^k \Rightarrow$

$\Rightarrow T_{k+1}=C_{22}^k\left(\frac{\sqrt[3]{a}}{b}\right)^{22-k}\cdot\left(\frac{b}{\sqrt[4]{a}}\right)^k=$

$=C_{22}^k\left(a^{\frac{1}{3}}\cdot b^{-1}\right)^{22-k}\cdot\left(b\cdot a^{-\frac{1}{4}}\right)^k$

$=C_{22}^k\, a^{\frac{22-k}{3}}\, b^{-22+k}\, b^k\, a^{-\frac{k}{4}}=$

$=C_{22}^k\, a^{\frac{22-k}{3}-\frac{k}{4}}\cdot b^{-22+k+k}$

$=C_{22}^k\, a^{\frac{88-7k}{12}}\, b^{-22+2k}$

$\Rightarrow \boxed{T_{k+1}=C_{22}^k\, a^{\frac{88-7k}{12}}\, b^{-22+2k}}$

E2) T_{k+1} conține pe $\frac{1}{a^2}$ adică conține pe a^{-2}

$\Rightarrow \frac{88-7k}{12}=-2 \Rightarrow 88-7k=-24 \Rightarrow$

$\Rightarrow 88+24=7k \Rightarrow 7k=112$

$\Rightarrow k=\frac{112}{7}=16$

E3) termenul este $T_{k+1}=T_{16+1}=C_{22}^{16}\, a^{\frac{88-7\cdot 16}{12}}\, b^{-22+32}$

$\boxed{T_{17}=C_{22}^{16}\, a^{-2}\, b^{10}}$

Prof. Ovidiu Bădescu