ECUAȚII ȘI INECUAȚII COMBINATORICE. SISTEME

Rezolvați:

1) $\frac{(3n+1)!}{(3n-1)!} = \frac{(n+2)!}{(n-1)!} - 6n$ și

$\frac{(x+7)!}{(x+5)!} = 90$

2) $\frac{1}{P_{x-1}} - \frac{1}{P_x} = \frac{(x-1)^2}{P_{x+1}}$ și

$(x+1)! + x! = 144$

3) $x! = x^3 - 5$ și $\frac{1}{(n-1)!} - \frac{2}{n!} = \frac{n^2}{(n+1)!}$

4) $\frac{(x-1)!}{(x-3)!} < 182$ și $x! \leq 1000$

5) $x! + (x+1)! > 1000$ și $x! < 2x+5$

6) $P_{x+2} = 42 A_x^3 \cdot P_{x-3}$ și

$A_x^8 - A_x^7 = 63 A_x^6$

7) $A_x^2 = 72$ și $A_x^5 = 5 A_x^4$

8) $C_x^3 = 2x$ și $C_{x+2}^4 = x^2 - 1$

9) $C_{x-1}^2 + C_x^3 = 16$ și

$\frac{1}{C_4^x} - \frac{1}{C_5^x} = \frac{1}{C_6^x}$

10) $C_x^6 = 40 C_{x-1}^3$ și

$A_x^6 - 24x C_x^4 - 11 A_x^4 = 0$

11) $6(x-5)! A_{x-2}^5 \leq x!$ și

$11 C_{2x}^x \geq 6 C_{2x+1}^{x+1}$

12) $A_x^{10} \leq 5 A_{10}^{x-1}$ și $C_{13}^x = C_{13}^{x+2}$

13) $A_x^4 \leq 30(x-2)(x-3)$ și $5 C_x^3 \leq C_{x+2}^4$

14) $A_{2x+1}^{x-1} \leq 208 A_{3x}^{x-3}$ și $11 C_{2x}^x \geq 6 C_{2x+1}^{x+1}$

15) $\begin{cases} \frac{x!}{(y+1)!(x-y-1)!} = \frac{5x}{2} \\ \frac{(x-1)!}{y!(x-y-1)!} = 10 \end{cases}$

16) $\begin{cases} \frac{x!}{(x-y)!} = \frac{7x!}{(x-y+1)!} \\ \frac{6x!}{y!(x-y)!} = \frac{5x!}{(y+1)!(x-y-1)!} \end{cases}$

17) $\begin{cases} A_{y+1}^4 = 4 A_y^3 \\ A_{x+1}^{y+1} = 7 A_x^y \end{cases}$

18) $\begin{cases} y! A_x^{x-y} = 120 \\ A_y^{11-x+3} = 12x \end{cases}$

19) $\begin{cases} A_{2y}^{3x} = 8 A_{2y}^{3x-1} \\ 9 C_{2y}^{3x} = 8 C_{2y}^{3x-1} \end{cases}$

20) $\begin{cases} A_x^{y-3} : A_x^{y-2} = \frac{1}{8} \\ C_x^{y-3} : C_x^{y-2} = \frac{5}{8} \end{cases}$

21) $\begin{cases} A_x^y = 7 A_x^{y-1} \\ 6 C_x^y = 5 C_x^{y+1} \end{cases}$

22) $\begin{cases} 7 A_{5x}^{y-1} = A_{5x}^{y-2} \\ 4 C_{5x}^{y-1} = 7 C_{5x}^{y-2} \end{cases}$

Prof. Ovidiu Bădescu

Rezolvați: a) $\frac{1}{P_{x-1}} - \frac{1}{P_x} = \frac{(x-1)^2}{P_{x+1}}$

b) $(x+1)! + x! = 144$

---

a) $\frac{1}{P_{x-1}} - \frac{1}{P_x} = \frac{(x-1)^2}{P_{x+1}}$

E_1) $P_x = x! \Rightarrow P_{x-1} = (x-1)!$ și $P_{x+1} = (x+1)!$

E_2) ec devine: $\frac{1}{(x-1)!} - \frac{1}{x!} = \frac{(x-1)^2}{(x+1)!} \Big| \cdot (x+1)!$

$\Rightarrow x(x+1) - (x+1) = (x-1)^2$

$\Leftrightarrow x^2 + x - x - 1 = x^2 - 2x + 1$

$2x = 2 \Rightarrow x = 1$ sol posibilă

E_3) o verificăm $\Rightarrow \frac{1}{P_0} - \frac{1}{P_1} = \frac{0}{P_2}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{0!} - \frac{1}{1!} = 0 \Leftrightarrow 1 - 1 = 0$ adev $\Rightarrow x = 1$ soluție

---

b) E_1) $(x+1)! + x! = 144 \Leftrightarrow x!(x+1) + x! = 144$

$\Rightarrow x!(x+1+1) = 144 \Rightarrow x!(x+2) = 144$

E_2) $x = 0 \Rightarrow 0! \cdot 2 = 144 \Rightarrow 2 = 144$ K.O.

$x = 1 \Rightarrow 1! \cdot 3 = 144 \Rightarrow 3 = 144$ K.O.

$x = 2 \Rightarrow 2! \cdot 4 = 144 \Rightarrow 8 = 144$ K.O.

$x = 3 \Rightarrow 3! \cdot 5 = 144 \Rightarrow 30 = 144$ K.O.

$x = 4 \Rightarrow 4! \cdot 6 = 144 \Rightarrow 24 \cdot 6 = 144$ O.A. $\Rightarrow x = 4$ soluție

$x \geq 5 \Rightarrow x!(x+2) \geq 5! \cdot 7 = 120 \cdot 7 = 840 > 144 \Rightarrow$ nb.

$\forall x \geq 5$ nu avem soluții. S_f: $\boxed{x = 4}$

Prof. Ovidiu Bădescu

Rezolvați: $C_{13}^{x} < C_{13}^{x+2}$

E_1) Cond.: $\begin{cases} x \in \mathbb{N} \\ x \leq 13 \\ x+2 \in \mathbb{N} \\ x+2 \leq 13 \Rightarrow x \leq 11 \end{cases} \Rightarrow M = \{0; 1; \dots; 11\}$

E_2) folosim $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} \Rightarrow$ inec devine

$$\frac{13!}{x!(13-x)!} < \frac{13!}{(x+2)!(13-x-2)!}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x!(13-x)!} < \frac{1}{x!(x+1)(x+2)(11-x)!}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{(11-x)!(12-x)(13-x)} < \frac{1}{(x+1)(x+2)(11-x)!}$$

$$\Leftrightarrow (x+1)(x+2) < (12-x)(13-x)$$

E_3) $x^2 + 3x + 2 < 156 - 25x + x^2$

$28x < 154 \Rightarrow x < \frac{154^{(2}}{28} = \frac{77^{(7}}{14} = \frac{11}{2}$

E_4) $x \in (-\infty; \frac{11}{2}) \cap M$

$\Rightarrow \boxed{x \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}}$

Prof. Ovidiu Badescu