GĂSIREA NUMĂRULUI DE ELEMENTE RAȚIONALE (IRAȚIONALE) DINTR-O MULȚIME

Găsiți numărul elementelor raționale și numărul celor iraționale din mulțimea

1) $M=\{\sqrt[5]{1};\sqrt[5]{2};\sqrt[5]{3};\ldots;\sqrt[5]{2000}\}$

2) $M=\{\sqrt{1};\sqrt{2};\ldots;\sqrt{2013}\}$

3) $M=\{\sqrt[3]{2};\sqrt[3]{3};\ldots;\sqrt[3]{2017}\}$

4) $M=\{\sqrt[3]{1235};\sqrt[3]{1236};\ldots;\sqrt[3]{4000}\}$

5) $M=\{\sqrt[4]{1};\sqrt[4]{3};\sqrt[4]{5};\ldots;\sqrt[4]{2015}\}$

6) $M=\{\sqrt[6]{2};\sqrt[6]{4};\sqrt[6]{6};\ldots;\sqrt[6]{2016}\}$

7) $M=\{\sqrt[5]{1};\sqrt[3]{2};\sqrt[5]{3};\sqrt[3]{4};\ldots;\sqrt[3]{2016}\}$

8) $M=\{\sqrt[3]{1};\sqrt[4]{2};\sqrt[3]{3};\sqrt[4]{4};\ldots;\sqrt[4]{2016}\}$

9) $M=\{\sqrt[5]{1};\sqrt[6]{2};\sqrt[7]{3};\sqrt[5]{4};\sqrt[6]{5};\sqrt[7]{6};\ldots;\sqrt[7]{2016}\}$

10) $M=\{\sqrt{1};\sqrt[3]{2};\sqrt[4]{3};\sqrt{5};\sqrt[3]{6};\sqrt[4]{7};\ldots;\sqrt[3]{2015}\}$

Prof. Vidu Bădescu

Determinarea numărului de elemente raționale dintr-o mulțime de radicali

Exp1.: Determinați numărul de elemente raționale din mulțimea

$$M=\{\sqrt[5]{1};\ \sqrt[5]{2};\ \sqrt[5]{3};\ \dots;\ \sqrt[5]{2000}\}$$

În cz general, $M=\{\sqrt[k]{1};\ \sqrt[k]{2};\ \dots;\ \sqrt[k]{N}\}$

$E_1)$ $\sqrt[k]{1}=1\in\mathbb{Q}$

$E_2)$ Calculăm toate puterile cu exponent k ale numerelor naturale consecutive (de exemplu $2^k; 3^k; \dots$) până când obținem un rezultat $> N$

$E_3)$ Scriem elementele mulțimii M și găsim card.

Exp2.: $\sqrt[5]{1}=1\in\mathbb{Q}$

$2^5=32<2000$ și $\sqrt[5]{32}=\sqrt[5]{2^5}=2$

$3^5=243<2000$ și $\sqrt[5]{243}=\sqrt[5]{3^5}=3$

$4^5=1024<2000$ și $\sqrt[5]{1024}=\sqrt[5]{4^5}=4$

$5^5=3125>2000$ fals

$M=\{\sqrt[5]{1};\ \sqrt[5]{32};\ \sqrt[5]{243};\ \sqrt[5]{1024}\}\Rightarrow \operatorname{card} M=4$

Prof. Ovidiu Bădescu

Câte numere iraționale conține mulțimea:

$$A=\{\sqrt{1};\sqrt{2};\dots;\sqrt{2013}\}$$

E_1) A are 2013 elemente

E_2) găsim numărul elementelor raționale

din A: $\sqrt{1}=1\in\mathbb{Q}$

$\sqrt{2}\notin\mathbb{Q}$

$\sqrt{3}\notin\mathbb{Q}$

$\sqrt{4}=2\in\mathbb{Q}$

- - - - - - - -

E_3)

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{2013} & 44,\dots \\ 16 & \\ \hline =413 & 85\cdot 5=425 \\ 336 & \\ \hline =7700 & 84\cdot 4=336 \end{array}$$

E_4) $\Rightarrow 44^2<2013<45^2\ /\sqrt{\ }$

$44<\sqrt{2013}<45$

E_5) $\{\sqrt{1};\sqrt{4};\dots;\sqrt{44^2}\}\subset A$ și

$\sqrt{45^2}\notin A$

$\Rightarrow$ în A sunt 44 nr. raționale

E_6) iraționale: $2013-44=1969$

Prof. Ovidiu Bădescu

Se cere nr. de elem iraționale din

$$M = \{\sqrt[3]{2}; \sqrt[3]{3}; \dots; \sqrt[3]{2017}\}$$

$E_1)$ $2^3 = 8$; $3^3 = 27$; $4^3 = 64$; $5^3 = 125$; $6^3 = 216$;
$7^3 = 343$; $8^3 = 512$; $9^3 = 729$; $10^3 = 1000$; $11^3 = 1331$;
$12^3 = 1728$; $13^3 = 2197 > 2017$

$E_2)$ elementele raționale din M sunt

$$\{\sqrt[3]{2^3}; \sqrt[3]{3^3}; \dots; \sqrt[3]{12^3}\}$$

iar numărul lor este $12 - 1 = 11$

în total în M sunt $2017 - 1 = 2016$ elemente

$\Rightarrow$ elem iraționale sunt $2016 - 11 = 2005$

Prof. Ovidiu Băgescu