COMPARARE LOGARITMI CU RADICALI

Comparați:

1) $\sqrt[3]{3}$ cu $\log_2 5$

2) $\sqrt{2}$ cu $\log_2 3$

3) $\sqrt[3]{2}$ cu $\log_2 5$

4) $\sqrt{5}$ cu $\log_2 3$

5) $\sqrt[5]{2}$ cu $\log_2 \frac{3}{5}$

6) $\sqrt[3]{7}$ cu $\log_{\frac{3}{5}} 2$

7) $\sqrt[3]{2}$ cu $\log_5 2$

8) $\sqrt[3]{2}$ cu $\log_2 3$

9) $\sqrt[4]{3}$ cu $\log_3 8$

10) $\sqrt[4]{3}$ cu $\log_5 3$

Arătați că:

1) $\sqrt[3]{3} \in (\sqrt{2}; \log_2 5)$

2) $(-\infty; \sqrt{2}) \cap (\log_2 3, \infty) = \emptyset$

Ordonați descrescător

$\sqrt[3]{3}; \log_3 2; \sqrt[4]{2}$

Prof. Ovidiu Bădescu

Comparați $\sqrt[3]{3}$ cu $\log_2 5$

$E_1)$ $1 < 3 < 8 \mid \sqrt[3]{\ldots} \Rightarrow 1 < \sqrt[3]{3} < 2$

$4 < 5 < 8 \mid \log_2(\ldots) \Rightarrow 2 < \log_2 5 < 3$

$E_2) \Rightarrow 1 < \sqrt[3]{3} < 2 < \log_2 5 < 3$

$\Rightarrow \sqrt[3]{3} < \log_2 5$

Prof. Ovidiu Bădescu

Comparați: $\sqrt{2}$ cu $\log_2 3$

$E_1)$ $1 < 2 < 4 \mid \sqrt{\ } \Rightarrow 1 < \sqrt{2} < 2$

$1 < 3 < 4 \mid \log_2(\ ) \Rightarrow 1 < \log_2 3 < 2$

$E_2)$ caut nr intermediar între $(1; 2)$ adică pe $\frac{3}{2}$:

$\sqrt{2} < \frac{3}{2} \Leftrightarrow 2\sqrt{2} < 3 \mid (\ )^2 \Rightarrow 8 < 9$ - adev.

$\Rightarrow \boxed{\sqrt{2} < \frac{3}{2}}$

$\log_2 3 < \frac{3}{2} \Leftrightarrow 2\log_2 3 < 3 \Leftrightarrow \log_2 9 < \log_2 8$

fals $\Rightarrow \boxed{\log_2 3 > \frac{3}{2}}$

$E_3)$ $\sqrt{2} < \frac{3}{2} < \log_2 3 \Rightarrow \boxed{\sqrt{2} < \log_2 3}$

Prof. Ovidiu Băescu

Comparați:

$\sqrt[3]{2}$ cu $\log_2 5$

E_1) compar cu număr cu logaritm trebuie să compar cu număr intermediar

E_2) $1^1 < 2 < 2^3 \Rightarrow \sqrt[3]{1} < \sqrt[3]{2} < \sqrt[3]{2^3}$

$\Rightarrow \boxed{1 < \sqrt[3]{2} < 2}$ (1)

E_3) $2^2 < 5 < 2^3 \mid \log_2(\cdot\cdot) \Rightarrow \boxed{2 < \log_2 5 < 3}$ (2

E_4) Din (1) și (2) $\Rightarrow \sqrt[3]{2} < 2 < \log_2 5$

$\Rightarrow \sqrt[3]{2} < \log_2 5$

Prof. Ovidiu Bălescu

Comparați $\sqrt[5]{2}$ cu $\log_2 \frac{3}{5}$

$E_1)$ $1 < 2 < 32 \mid \sqrt[5]{\cdot\cdot} \Rightarrow \boxed{1 < \sqrt[5]{2} < 2}$

$\frac{1}{2} < \frac{3}{5} < 1 \mid \log_2(\cdot\cdot) \Rightarrow \boxed{-1 < \log_2 \frac{3}{5} < 0}$

$E_2) -1 < \log_2 \frac{3}{5} < 0 < 1 < \sqrt[5]{2} < 2$

$\Rightarrow \log_2 \frac{3}{5} < \sqrt[5]{2}$

Prof. Ovidiu Bădescu

Comparați: $\sqrt[4]{3}$ cu $\log_3 8$

$E_1)$ $1<3<16 \mid \sqrt[4]{\ }$ $\Rightarrow \boxed{1<\sqrt[4]{3}<2}$

$3<8<9 \mid \log_3(\ )$ $\Rightarrow \boxed{1<\log_3 8<2}$

$E_2)$ caut mijlocul lui $(1;2)$ $\Rightarrow \frac{1+2}{2}=\frac{3}{2}$ și compar $\sqrt[4]{3}$ și $\log_3 8$ cu $\frac{3}{2}$

$\sqrt[4]{3}<\frac{3}{2} \Leftrightarrow 2\sqrt[4]{3}<3 \mid ()^4 \Leftrightarrow 48<81$ adev

$\Rightarrow \sqrt[4]{3}\in\left(1;\frac{3}{2}\right)$

$\log_3 8<\frac{3}{2} \Leftrightarrow 2\log_3 8<3 \Leftrightarrow \log_3 8<\log_3 27$

$\Leftrightarrow 8<27$ fals $\Rightarrow \log_3 8\in\left(\frac{3}{2};2\right)$

$E_3)$ $\Rightarrow \sqrt[4]{3}<\frac{3}{2}<\log_3 8 \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt[4]{3}<\log_3 8$

Prof. Ovidiu Badescu

Se cere: $\sqrt[3]{3} \in (\sqrt{2}; \log_2 5)$

E_1) ar trebui arătat că $\sqrt{2} < \sqrt[3]{3} < \log_2 5$

E_2) $\sqrt{2} < \sqrt[3]{3} \overset{(1)}{\Leftrightarrow} \sqrt[6]{2^3} < \sqrt[6]{3^2} \Leftrightarrow \sqrt[6]{8} < \sqrt[6]{9}$ adev.

E_3) $\sqrt[3]{3} < \log_2 5$

Obs.: Dacă se cere compararea unui radical cu logaritm, se găsește număr intermediar adică: $\sqrt[3]{3} < a$ și $a < \log_2 5$

E_4) $1^3 < 3 < 2^3 \mid \sqrt[3]{\ } \Rightarrow 1 < \sqrt[3]{3} < 2$

E_5) Dacă arătăm că $2 < \log_2 5 \Rightarrow$ problema rezolvată.

$2 = \log_2 2^2 = \log_2 4 < \log_2 5$ pt că $b = 2 > 1$

E_6) $\Rightarrow \left.\begin{matrix} \sqrt[3]{3} < 2 \\ 2 < \log_2 5 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \sqrt[3]{3} < \log_2 5$ (2)

E_7) Din (1) și (2) $\Rightarrow \sqrt[3]{3} \in (\sqrt{2}; \log_2 5)$

Prof. Ovidiu Badescu

Să se arate că:

$$(-\infty; \sqrt{2}) \cap (\log_2 3, \infty) = \emptyset$$

E_1) Este suficient să arătăm că $\sqrt{2} < \log_2 3$

E_2) Pt a compara un radical cu un logaritm, găsim număr intermediar a pentru care

$$\sqrt{2} < a \text{ și } a < \log_2 3$$

E_3) Dacă $a = 2 \Rightarrow \sqrt{2} < 2$ dar $2 < \log_2 3$

înseamnă $\log_2 4 < \log_2 3$ fals

$\Rightarrow$ trebuie căutat altă valoare mai mică decât $a = 2$

E_4) $\sqrt{2} = 1,4\ldots \Rightarrow \sqrt{2} < 1,5 \Rightarrow \sqrt{2} < \frac{15}{10} \Rightarrow \sqrt{2} < \frac{3}{2}$

E_5) Dacă arătăm că $\frac{3}{2} < \log_2 3$ pb. rezolvată

$\Leftrightarrow 3 < 2 \log_2 3 \Leftrightarrow \log_2 2^3 < \log_2 3^2$

$\Leftrightarrow \log_2 8 < \log_2 9$ adev.

E_6) $\left.\begin{array}{l} \sqrt{2} < 1,5 \\ 1,5 < \log_2 3 \end{array}\right\} \Rightarrow \sqrt{2} < \log_2 3$

$\Rightarrow (-\infty; \sqrt{2}) \cap (\log_2 3, \infty) = \emptyset$

Prof. Ovidiu Bădescu

Ordonați descrescător:

$\sqrt[3]{3}$; $\log_3 2$ și $\sqrt[4]{2}$

$E_1)$ $a = \sqrt[3]{3}$

$b = \log_3 2$

$c = \sqrt[4]{2}$

$E_2)$ Compar a cu c: $a = \sqrt[3\cdot 4]{3^4} = \sqrt[12]{81}$

$c = \sqrt[4\cdot 3]{2^3} = \sqrt[12]{8}$

$\Rightarrow c < a$

$E_3)$ Compararea unui logaritm cu un radical se face prin găsirea unui nr. intermediar

$b = \log_3 2 < \log_3 3 \Rightarrow b < 1$

$c = \sqrt[4]{2} > \sqrt[4]{1} \Rightarrow c > 1$

$E_3)$ $b < 1 < c < a$

$E_4)$ descrescător: $a > c > b$

Prof. Ovidiu Bădescu