IDENTITĂȚI TRIGONOMETRICE CONDIȚIONATE

Arătați că:

1) dacă $a+b=\frac{3\pi}{2}$, atunci
$\sin 2a-\sin 2b=0$

2) dacă $a+b=\frac{\pi}{2}$, atunci
$\sin 2a+\sin 2b=2\cos(a-b)$

3) dacă $a-b=\pi$, se cere
$\cos a\cos b\leq 0$

4) dacă $a+b=\frac{\pi}{3}$, se cere
$\sin 2a-\sin 2b-\sin(a-b)=0$

5) dacă $A+B+C=\pi$ și dacă
$\frac{\sin A+\sin B}{\cos A+\cos B}=\sin C$, atunci ΔABC
e dreptunghic

6) dacă $A+B+C=\pi$ și dacă
$\sin B+\cos B=\sin C+\cos C$, atunci
ΔABC e dreptunghic sau isoscel

7) dacă $A+B+C=\pi$, atunci
$\Sigma \operatorname{tg} A=\Pi \operatorname{tg} A$

8) dacă $A+B+C=\pi$, atunci
$\sin A+\sin B+\sin C=4\cos\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}\cos\frac{C}{2}$

9) dacă $A+B+C=\pi$, atunci
$\cos A+\cos B+\cos C=1+4\sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2}$

10) dacă $A+B+C=\pi$, atunci
$\sin 2A+\sin 2B+\sin 2C=4\sin A\sin B\sin C$

11) dacă $a+b+c+d=2\pi$, atunci
$\cos a+\cos b+\cos c+\cos d=4\cos\frac{a+b}{2}\cos\frac{b+c}{2}\cos\frac{c+a}{2}$

Prof. Ovidiu Bădescu

Arătați că:

dacă $a+b=\frac{3\pi}{2}$, atunci

$$\sin 2a-\sin 2b=0$$

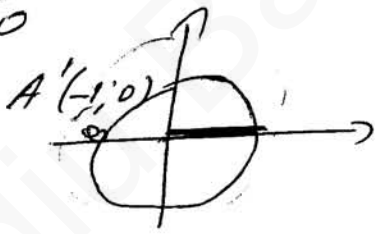
$E_1)\ a+b=\frac{3\pi}{2}\Rightarrow a=\frac{3\pi}{2}-b$

$E_2)\ N=\sin 2a-\sin 2b=\sin\left(2\left(\frac{3\pi}{2}-b\right)\right)-\sin 2b=$

$=\sin(3\pi-2b)-\sin 2b$

$E_3)\ \sin(3\pi-2b)=\underbrace{\sin 3\pi}_{0}\cos 2b-\underbrace{\cos 3\pi}_{-1}\sin 2b=$

$=+\sin 2b$



$E_4)\ N=\sin 2b-\sin 2b$

$N=0$

Prof. Ovidiu Bădescu

$a, b \in \mathbb{R}$ cu $a+b=\frac{\pi}{2}$, sa se arate

$$\sin 2a + \sin 2b = 2\cos(a-b)$$

$E_1)$ $a+b=\frac{\pi}{2} \Rightarrow a=\frac{\pi}{2}-b$

$E_2)$ $T_S = \sin 2a + \sin 2b = \sin\left(2\left(\frac{\pi}{2}-b\right)\right)+\sin 2b$

$= \sin(\pi - 2b) + \sin 2b =$

$= \sin\pi\cos 2b - \cos\pi \sin 2b + \sin 2b =$

$= 0 \cdot \cos 2b - (-1)\sin 2b + \sin 2b =$

$= 2\sin 2b$ (1)

$E_3)$ $T_d = 2\cos(a-b) = 2\cos\left(\frac{\pi}{2}-b-b\right) =$

$= 2\cos\left(\frac{\pi}{2}-2b\right) = 2\sin 2b$ (2)

$\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = \sin x$

$E_4)$ Din (1) si (2) $\Rightarrow$ egalitate

Prof. Ovidiu Badescu

Fie $a, b \in \mathbb{R}$ cu $a - b = \pi$. Să se arate că: $\cos a \cos b \leq 0$

E_1) atunci când apare o relație cu 2 parametri (cu a și cu b), găsim pe unul în funcție de celălalt și verificăm relația

E_2) $a - b = \pi \Rightarrow a = b + \pi$

E_3) se cere: $\cos a \cdot \cos b = \cos(b+\pi)\cos b =$

$= (\cos b \underbrace{\cos \pi}_{-1} - \sin b \underbrace{\sin \pi}_{0}) \cos b =$

$= -\cos b \cdot \cos b = -\cos^2 b \leq 0$

E_4) $\Rightarrow \cos a \cdot \cos b \leq 0$

Prof. Ovidiu Bădescu

Dacă în ΔABC avem

$\frac{\sin A + \sin B}{\cos A + \cos B} = \sin C$, atunci

ΔABC este dreptunghic

$E_1)$ $\frac{\sin A + \sin B}{\cos A + \cos B} = \frac{2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}}{2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}} = \operatorname{tg} \frac{A+B}{2}$

$E_2)$ Dar, $A+B+C = \pi \Rightarrow A+B = \pi - C \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{A+B}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{C}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{\sin A + \sin B}{\cos A + \cos B} = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2}\right) = \operatorname{ctg} \frac{C}{2}$

$E_3)$ Dar, din ip $\Rightarrow \frac{\sin A + \sin B}{\cos A + \cos B} = \sin C$

$\Rightarrow \sin C = \operatorname{ctg} \frac{C}{2} \Rightarrow \sin\left(2 \cdot \frac{C}{2}\right) = \operatorname{ctg} \frac{C}{2}$

$\Rightarrow 2 \sin \frac{C}{2} \cos \frac{C}{2} = \frac{\cos \frac{C}{2}}{\sin \frac{C}{2}}$

$\Rightarrow 2 \sin^2 \frac{C}{2} \cos \frac{C}{2} = \cos \frac{C}{2}$

$\Rightarrow \cos \frac{C}{2}\left(2 \sin^2 \frac{C}{2} - 1\right) = 0$

$E_4)$ Cob I: $\cos \frac{C}{2} = 0 \Rightarrow \frac{C}{2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow C = \pi$ fals

Cob II: $2 \sin^2 \frac{C}{2} = 1 \Rightarrow \sin^2 \frac{C}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \frac{C}{2} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow \sin \frac{C}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{C}{2} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow C = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow C = 90^\circ$

Prof. Ovidiu Bădescu