TEOREMA SINUSURILOR, GĂSIREA R

În $\triangle ABC$ se notează cunoscute

1) $a=5\sqrt{2}$, $b=5$, $m(\hat{A})=45^\circ$, se cere $m(\hat{B})$ dacă $\triangle ABC$ ascuțitunghic

2) $m(\hat{B})=60^\circ$, $R=1$, se cere $AC=?$

3) $R=?$ dacă $A=\frac{\pi}{4}$, $B=\frac{\pi}{6}$, $AB=6$

4) $a=6$, $m(\hat{A})=60^\circ$, $m(\hat{B})=45^\circ$, $b=?$

5) $R=?$ dacă $BC=3$, $\cos A=\frac{1}{2}$

6) $a=\sqrt{6}$, $c=\sqrt{3}$, $m(\hat{A})=45^\circ$, $m(\hat{C})=?$ $\triangle$ ascuțitunghic

7) $b=?$ dacă $\hat{A}=120^\circ$, $\hat{B}=15^\circ$ și $a=8$,

8) $R=?$ dacă $A=105^\circ$, $a=6$

9) $R=?$ dacă $BC=6$, $\cos A=\frac{\sqrt{3}}{2}$

10) $R=?$ dacă $AC=8$, $\cos B=\frac{\sqrt{2}}{2}$

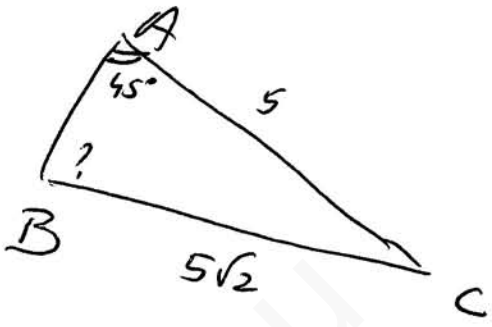
11) arătați că în $\triangle ABC$ având

a) $AH=2R\cos A$

b) $HA'=2R\cos B\cos C$

Prof. Ovidiu Bădescu

Dacă $a=5\sqrt{2}$, $b=5$, $m(\hat{A})=45^\circ$, să se calculeze $m(\hat{B})$ dacă $\triangle ABC$ ascuțitunghic



E_1) din T. sinusurilor

$\Rightarrow \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$

E_2/alegem $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \Rightarrow \frac{5\sqrt{2}}{\sin 45^\circ} = \frac{5}{\sin B} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{5\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{5}{\sin B} \Rightarrow 5\sqrt{2}\sin B = 5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

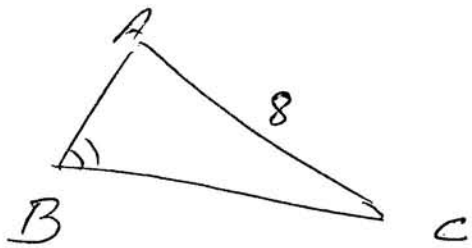
$\Rightarrow \sin B = \frac{\frac{5\sqrt{2}}{2}}{5\sqrt{2}} \Rightarrow \sin B = \frac{1}{2}$

E_3) dar, $\triangle ABC$ ascuțitunghic și $\sin B = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow m(\hat{B}) = 30^\circ$

Prof. Ovidiu Bădescu

Găsiți $R=?$ dacă $AC=8$, $\cos B=\frac{\sqrt{2}}{2}$



E_1) T sinusurilor

$\Rightarrow \frac{b}{\sin B}=2R \Rightarrow \frac{8}{\sin B}=2R$

E_2) din $\cos B=\frac{\sqrt{2}}{2}$ și $\sin^2 B+\cos^2 B=1$

$\Rightarrow \sin^2 B+\frac{2}{4}=1 \Rightarrow \sin^2 B=\frac{2}{4} \Rightarrow \sin B=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

E_3) B este $\measuredangle$ al $\triangle ABC \Rightarrow B\in(0^\circ;180^\circ)$

$\Rightarrow B\in Cd\,I \cup Cd\,II \Rightarrow \sin B>0$

$\Rightarrow \sin B=\frac{\sqrt{2}}{2}$

E_4) $\frac{8}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=2R \Rightarrow 8\cdot\frac{2}{\sqrt{2}}=2R \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{16}{\sqrt{2}}=2R \Rightarrow R=\frac{8}{\sqrt{2}}=\frac{8\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow \boxed{R=4\sqrt{2}}$

Prof. Ovidiu Bădescu

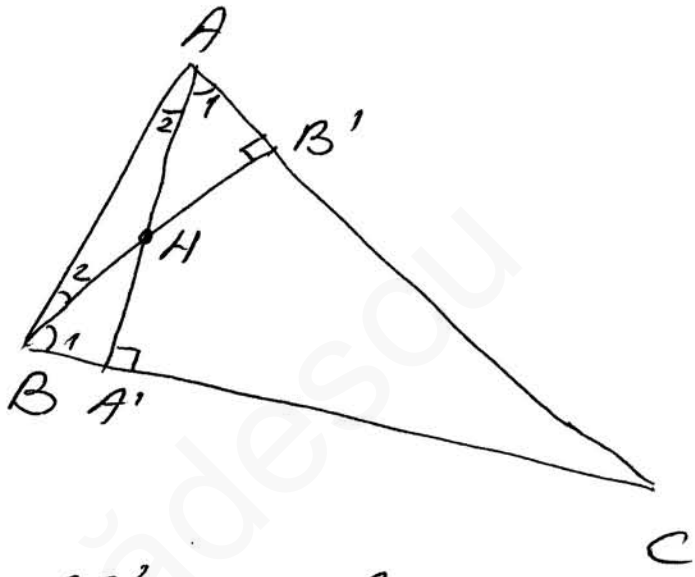
Arătați că în ΔABC cu H ortocentru avem:

a) $AH = 2R\cos A$; $BH = 2R\cos B$; $CH = 2R\cos C$

b) $HA' = 2R\cos B\cos C$; $HB' = 2R\cos A\cos C$; $HC' = 2R\cos A\cos B$

a)

$E_1)$ $\cos A_1 = \frac{AB'}{AH} \Rightarrow AH = \frac{AB'}{\cos A_1}$



$E_2)$ în $\Delta AA'C$, $A_1 + C = 90°$

$\Rightarrow \cos A_1 = \cos(90° - \hat{C}) = \sin C$

$E_3)$ $AH = \frac{AB'}{\sin C}$

$E_4)$ în $\Delta ABB'$, $\cos A = \frac{AB'}{AB} \Rightarrow AB' = c \cdot \cos A$

$E_5)$ din $E_3) \Rightarrow AH = \frac{c\cos A}{\sin C} \overset{\text{T sinus}}{=\!=} 2R\cos A$

Analog (dar rezolvați voi pentru a înțelege metoda)

avem $BH = 2R\cos B$ și $CH = 2R\cos C$

b) $E_1)$ $\sin B_1 = \frac{HA'}{BH} \Rightarrow HA' = BH \sin B_1 \overset{a)}{\Longrightarrow}$

$HA' = 2R\cos B \sin B_1$

$E_2)$ în $\Delta BCB' \Rightarrow B_1 + C = 90° \Rightarrow \sin B_1 = \sin(90° - C) = \cos C$

$E_3)$ $HA' = 2R\cos B\cos C$, analog celelalte

(dar, din nou, rezolvați voi această)

Prof. Ovidiu Bădescu