COLINIARITATEA VECTORILOR ȘI A PUNCTELOR FOLOSIND GEOMETRIA VECTORIALĂ

Rezolvați vectorial problemele următoare:

1) În ΔABC, $M \in (AB)$, $N \in (AC)$ cu $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} = \frac{1}{3}$, studiați dacă $\overrightarrow{MN}$ și $\overrightarrow{BC}$ coliniari

2) În ΔABC, $\overrightarrow{AM} = -3\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AN} = -3\overrightarrow{AC}$, studiați dacă $\overrightarrow{MN}$ și $\overrightarrow{BC}$ coliniari

3) În $ABC\Delta$ trapez cu $AB \parallel C\Delta$ și $\overrightarrow{\Delta M} = 3\overrightarrow{MA}$, $\overrightarrow{CN} = 3\overrightarrow{NB}$, arătați vectorial că $\overrightarrow{MN}$ și $\overrightarrow{AB}$ coliniari

4) În ΔABC, $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{CN} = \frac{7}{3}\overrightarrow{NA}$, $\overrightarrow{BP} = -\frac{2}{7}\overrightarrow{PC}$, studiați dacă M, N, P coliniare

5) $ABC\Delta$ paralelogram, $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$, studiați dacă M, N, Δ sunt coliniare

6) $ABC\Delta$ paralelogram și $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$, studiați dacă C, E, F coliniare

7) ΔABC, $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{5}\overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{CN} = 3\overrightarrow{NA}$, $\overrightarrow{BP} = -\frac{5}{2}\overrightarrow{PC}$. Studiați dacă M, N, P coliniare

8) $ABC\Delta$ trapez cu $AB \parallel C\Delta$ și $\overrightarrow{\Delta M} = 3\overrightarrow{MA}$, $\overrightarrow{CN} = 3\overrightarrow{CB}$, Studiați dacă $\overrightarrow{MN}$ și $\overrightarrow{AB}$ coliniari

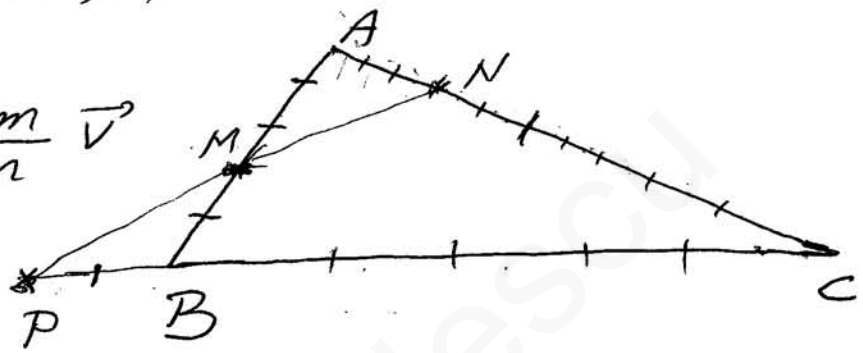
9) $ABC\Delta$ paralelogram și $AE = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{A\Delta}$, studiați dacă C, E, F coliniare

10)

Prof. Ovidiu Bădescu

Fie ΔABC și considerăm punctele M, N și P astfel încât $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{CN} = \frac{7}{3}\overrightarrow{NA}$ și $\overrightarrow{BP} = -\frac{2}{7}\overrightarrow{PC}$.

Studiați dacă M, N, P coliniare



E_1) Vom folosi: $\vec{u} = \frac{m}{n}\vec{v}$

($\Rightarrow \vec{u}$ este m bucăți din n câte are $\vec{v}$

E_2) $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{MB} \Rightarrow \overrightarrow{AM}$ este 3 bucăți din 2 câte are $\overrightarrow{MB}$

$\Rightarrow$ în total 5 bucăți, alegem M cu $\overrightarrow{AM}$ = 3 bucăți

$\overrightarrow{CN} = \frac{7}{3}\overrightarrow{NA} \Rightarrow \overrightarrow{CN}$ este 7 bucăți din 3 câte are $\overrightarrow{NA}$

$\Rightarrow$ în total 10 bucăți, alegem N cu $\overrightarrow{CN}$ = 7 bucăți

$\overrightarrow{BP} = -\frac{2}{7}\overrightarrow{PC} \Rightarrow \overrightarrow{BP} = \frac{2}{7}\overrightarrow{CP} \Rightarrow P$ în afară după B cu $\overrightarrow{CP}$ 7 bucăți și $\overrightarrow{BP}$ are 2 bucăți

E_3) Arătăm că $\overrightarrow{NM}$ și $\overrightarrow{NP}$ coliniari, fixăm baza $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC})$

E_4) $\overrightarrow{NM} = \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{AM} = \frac{3}{10}\overrightarrow{CA} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AB} = \frac{3}{10}(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BA}) + \frac{3}{5}\overrightarrow{AB}$

$= -\frac{3}{10}\overrightarrow{BC} - \frac{3}{10}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} \Rightarrow \boxed{\overrightarrow{NM} = \frac{3}{10}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{10}\overrightarrow{BC}}$

E_5) $\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{CP} = \frac{7}{10}\overrightarrow{AC} + \frac{7}{5}\overrightarrow{CB} = \frac{7}{10}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}) - \frac{7}{5}\overrightarrow{BC}$

$= \frac{7}{10}\overrightarrow{AB} + \frac{7}{10}\overrightarrow{BC} - \frac{7}{5}\overrightarrow{BC} \Rightarrow \boxed{\overrightarrow{NP} = \frac{7}{10}\overrightarrow{AB} - \frac{7}{10}\overrightarrow{BC}}$

E_6) $\frac{\frac{3}{10}}{\frac{7}{10}} = \frac{-\frac{3}{10}}{-\frac{7}{10}}$ adev $\Rightarrow \overrightarrow{NM}, \overrightarrow{NP}$ coliniari, N comun $\Rightarrow$

$\Rightarrow M, N, P$ coliniare

Prof. Ovidiu Badescu