GEOMETRIE PLANĂ ELEMENTARĂ

1) a) $x=?$ dacă $a=5, b=x$ și $c=7$ pot fi laturile unui Δ

b) $x=?$ dacă $a=5-x, b=7+x$ și $c=9$ pot fi laturile unui Δ

---

2) ΔABC, $m(\hat{A})=90^\circ$, $AB \perp BC$, AM mediană

a) $AB=3, BC=5$, se cere AC

b) $AB=6, BB=\frac{9}{25}$, se cere AC

c) $A\Delta=10, C\Delta=4$, se cere $B\Delta$

d) $BM=3$, se cere AM

e) $A\Delta=10, B\Delta=25$, se cere ΔM

---

3) Fie ΔABC cu G centru greut, H ortocentru, I centrul cerc înscris, O centrul cerc. circumscris

a) $AG=6 \Rightarrow AA'=?$, AA' mediană

b) $A'' \in BC$ cu A, H, A'' coliniare și $AA''=8$, $AB=10$, se cere BA''

c) $I\hat{A}B=15^\circ$, $A\hat{B}C=60^\circ$, se cere $m(A\hat{I}C)$

d) $OB=10$, $ON \perp AB$, $ON=8$ se cere $AB=?$

---

4) ΔABC, $MN \parallel BC$, $M \in (AB)$, $N \in (AC)$

a) $AM=4, MB=2, AN=10 \Rightarrow NC=?$

b) $AB=10, MB=2, AC=4, NC=?$

c) $AM=5, AB=20, BC=4, MN=?$

d) $AM=6, MB=2, MN=4, BC=?$

e) $AC=10, NC=2, BC=12, MN=?$

---

5) ΔABC, $M \in AC$, $N \in AB$, $P \in BC$ și M, N, P coliniare

a) $AN=8, NB=4, AM=5, AC=7$;
$BP=10$, se cere BC

b) $AB=10, NB=4, CP=20, PB=3$, $AC=15, MC=?$

c) $BP=3, PC=10, CM=4, MA=20$, $AB=5, NB=?$

d) $NB=4, BC=10, PB=5, CM=4$, $MA=2$, se cere AB

---

6) ΔABC, $M \in (BC)$, $N \in (AC)$, $P \in (AB)$ și AM, BN, CP concurente

a) $AN=3, NC=6, CB=10, CM=2, BP=4$, se cere AB

b) $AB=4, BP=1, BC=5, MC=2$, $CN=4$, se cere AN

c) $AN=3, NC=4, CM=3, CB=10$, $BP=4$, se cere AB

d) $AP=3, PB=5, BM=4, CN=2$, $NA=6$, se cere BC

e) $AP=7, PB=10, BC=4, MC=2$, $CN=10$, se cere CA

---

7) ΔABC și AD, BE, CF bisectoare

a) $AB=8, BC=9, AE=3$, se cere CE

b) $BC=9, BF=6, BA=10, AC=?$

c) $BD=3, DC=5, AC=12, AB=?$

d) $AB=10, AC=4, BC=8, BD=?$

e) $AB=3, AC=9, BD=4, BC=?$

Se cere $a \in \mathbb{N}$ pentru care $a, a+1, a+2$ sunt laturile unui Δ obtuzunghic

Soluție:

E_1) dacă $a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow m(\hat{A}) = 90^\circ$

dacă $a^2 < b^2 + c^2 \Rightarrow m(\hat{A}) < 90^\circ$

dacă $a^2 > b^2 + c^2 \Rightarrow m(\hat{A}) > 90^\circ$

E_2) Rd. a arăta că Δ obtuzunghic, arătăm că are $1\sphericalangle$ obtuz $\Leftrightarrow (a+2)^2 > a^2 + (a+1)^2$

$\Leftrightarrow \cancel{a^2} + 4a + 4 > \cancel{a^2} + a^2 + 2a + 1$

$\Leftrightarrow a^2 - 2a - 3 < 0$

$a_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2} \begin{matrix} 3 \\ -1 \end{matrix}$

a	-1		3
	$+$	0	$-$

$\Rightarrow a \in (-1; 3)$

E_3) Dar, din $\Rightarrow a \in \mathbb{N} \Rightarrow a \in \{0; 1; 2\}$

Rd $a = 0 \Rightarrow \nexists$ latură de lung 0, fals

Rd $a = 1 \Rightarrow$ laturile: $1; 2; 3$ dar $1+2=3$

fals (ineg. triunghiului)

Rd $\boxed{a=2} \Rightarrow 2; 3; 4$ $\quad 2+3>4 \quad$ și $\quad 2+4>3 \quad$ O.K.