RELAȚIE INDEPENDENTĂ DE PARAMETRU ÎNTRE RĂDĂCINILE UNEI ECUAȚII DE GRADUL II

Găsiți relația independentă de m între rădăcinile ecuațiilor următoare:

1) $mx^2-2(m-1)x+m+3=0$
2) $(m+1)x^2-(3m-1)x+4m-2=0$
3) $mx^2-(2m+1)x+m-3=0$
4) $(m-2)x^2+(4m+3)x+m-5=0$
5) $(2m+1)x^2-(4m-1)x+5-m=0$
6) $(4m-1)x^2+(5-m)x+2+m=0$
7) $(4m-1)x^2+(3+m)x+2-5m=0$
8) $(3m-1)x^2-(4-m)x+5+2m=0$
9) $(3m-2)x^2+(4m+1)x+(5m-3)=0$
10) $(3m-1)x^2+(2+3m)x+m+4=0$

Prof. Ovidiu Bădescu

Fie ecuația: $mx^2 - 2(m-1)x + m + 3 = 0$

Găsiți relație independentă între rădăcini

$E_1)$ $\begin{cases} S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{2(m-1)}{m} \\ P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{m+3}{m} \end{cases}$

$E_2)$ Din $S = \frac{2m-2}{m} \Rightarrow S \cdot m = 2m - 2 \Rightarrow$

$m(S-2) = -2 \Rightarrow m = -\frac{2}{S-2} \Rightarrow m = \frac{2}{2-S}$

$E_3)$ $P = \frac{m+3}{m}$, înlocuim pe $m \Rightarrow P = \frac{\frac{2}{2-S} + 3}{\frac{2}{2-S}}$ $\cdot (2-S)$

$$P = \frac{2+6-3S}{2-S} \Rightarrow P = \frac{8-3S}{2-S} \cdot \frac{2-S}{2}$$

$$P = \frac{8-3S}{2} \Rightarrow 2P = 8 - 3S$$

$E_4)$ $2x_1x_2 = 8 - 3(x_1 + x_2) \Rightarrow 3(x_1 + x_2) + 2x_1x_2 =$

Prof. Ovidiu Bădescu

Găsiți relația independentă de m între rădăcinile ecuației:

$$(m+1)x^2-(3m-1)x+4m-2=0$$

$E_1)$ $S=-\frac{b}{a}\Rightarrow S=\frac{3m-1}{m+1}$

$P=\frac{c}{a}\Rightarrow P=\frac{4m-2}{m+1}$

$E_2)$ din $S=\frac{3m-1}{m+1}\Rightarrow S(m+1)=3m-1\Rightarrow mS+S=3m-1$

$\Rightarrow m(S-3)=-1-S\Rightarrow m=\frac{-1-S}{S-3}\Rightarrow \boxed{m=\frac{S+1}{3-S}}$

$E_3)$ înlocuim în $P=\frac{4m-2}{m+1}\Rightarrow$

$$P=\frac{4\cdot\frac{S+1}{3-S}-2}{\frac{S+1}{3-S}+1}=\frac{\frac{4S+4-2(3-S)}{3-S}}{\frac{S+1+3-S}{3-S}}$$

$$P=\frac{4S+4-6+2S}{3-S}\cdot\frac{3-S}{4}$$

$$P=\frac{6S-2}{4}\Rightarrow P=\frac{3S-1}{2}\Rightarrow 2P=3S-1$$

$E_4)$ $\begin{cases}S=x_1+x_2\\P=x_1\cdot x_2\end{cases}\Rightarrow 2x_1x_2=3(x_1+x_2)-1$

$$\Leftrightarrow \boxed{3(x_1+x_2)-2x_1x_2=1}$$

Prof. Ovidiu Bădescu