CONDIȚII PENTRU GRAFICUL UNEI FUNCȚII DE GRADUL II

Găsiți $m \in \mathbb{R}$ dacă G_f:

a) e tangent la Ox

b) nu intersectează Ox

c) intersectează Ox în 2 pct distincte

d) e deasupra de Ox

e) e sub axa Ox

f) are vârful pe Oy

g) are vârful pe Ox

h) are axă de simetrie pe $x=3$

i) are formă convexă

j) are formă concavă

pentru fiecare din situațiile următoare:

1) $f(x)=(2m-1)x^2+(1-m)x+m-1$

2) $f(x)=(m-1)x^2-(3m-1)x+3m-1$

3) $f(x)=(m-2)x^2+(2-m)x+m-5$

4) $f(x)=(4-m)x^2+(m-3)x+m-3$

5) $f(x)=(5+m)x^2-(m+5)x+2m-1$

Prof. Ovidiu Bădescu

Găsiți $m \in \mathbb{R}$ dacă G_f: a) tg la Ox b) nu intersect. Ox
c) $\cap Ox$ în 2 pct d) deasupra de Ox e) sub Ox
f) are vf pe Oy g) are vf pe Ox h) are pe $x=3$ axă simetrie
i) formă convexă j) formă concavă pt $\boxed{f(x)=(2m-1)x^2+(1-m)x+m-1}$

a) G_f tangent la $Ox \Leftrightarrow \Delta = 0$

$\Delta = (1-m)^2 - 4(2m-1)(m-1) =$

$= 1-2m+m^2-4(2m^2-2m-m+1) =$

$= 1-2m+m^2-8m^2+12m-4 = \boxed{\Delta = -7m^2+10m-3}$

$\Delta = 0 \Leftrightarrow -7m^2+10m-3=0 \mid \cdot(-1)$

$7m^2-10m+3=0 \Rightarrow m_{1,2} = \frac{10 \pm \sqrt{100-84}}{2 \cdot 7}$

$\Rightarrow m_{1,2} = \frac{10 \pm 4}{14} < \frac{1}{\frac{3}{7}} \Rightarrow \boxed{m \in \{\frac{3}{7}; 1\}}$

b) G_f nu intersectează axa $Ox \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow -7m^2+10m-3<0 \mid \cdot(-1)$

$7m^2-10m+3>0 \overset{b)}{\Rightarrow}$ ec are soluțiile $\{\frac{3}{7}; 1\}$

m		$\frac{3}{7}$		1	
$7m^2-10m+3$	$+$	0	$-$	0	$+$

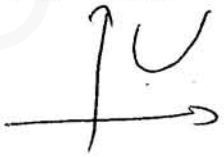
$7m^2-10m+3>0 \Rightarrow \boxed{m \in (-\infty; \frac{3}{7}) \cup (1; \infty)}$

c) $G_f \cap Ox$ în 2 puncte $\Leftrightarrow \Delta > 0$

$\Leftrightarrow -7m^2+10m-3>0 \mid \cdot(-1) \Leftrightarrow$

$7m^2-10m+3<0 \overset{\text{tabel}}{\Rightarrow} \boxed{m \in (\frac{3}{7}; 1)}$

d) G_f deasupra de Ox



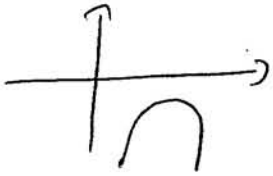
$\Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

$a>0 \Leftrightarrow 2m-1>0 \Rightarrow m \in (\frac{1}{2}; \infty) = I_1$

$\Delta \leq 0 \overset{\text{tabel}}{\Rightarrow} m \in (-\infty; \frac{3}{7}] \cup [1; \infty) = I_2$

$m \in I_1 \cap I_2 \Rightarrow \boxed{m \in [1; \infty)}$

e) G_f sub Ox



$\Leftrightarrow \begin{cases} a<0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

$a<0 \Leftrightarrow 2m-1<0 \Rightarrow m \in (-\infty; \frac{1}{2}) = I_1$

$\Delta \leq 0 \overset{\text{tabel}}{\Rightarrow} m \in (-\infty; \frac{3}{7}] \cup [1; \infty) = I_2$

$m \in I_1 \cap I_2 \Rightarrow \boxed{m \in (-\infty; \frac{3}{7}]}$

f) G_f are vf pe $Oy \Leftrightarrow x_V = 0$

$\Leftrightarrow -\frac{b}{2a} = 0 \Leftrightarrow -\frac{1-m}{2(2m-1)} = 0 \Leftrightarrow$

$1-m=0 \Leftrightarrow \boxed{m=1}$

g) G_f are vf pe $Ox \Leftrightarrow y_V = 0$

$\Leftrightarrow -\frac{\Delta}{4a} = 0 \Leftrightarrow -\frac{-7m^2+10m-3}{4(2m-1)} = 0$

$\Leftrightarrow 7m^2-10m+3=0 \Leftrightarrow \boxed{m \in \{\frac{3}{7}; 1\}}$

h) G_f are pe $x=3$ axă de simetrie

deoarece axa de simetrie pt G_f este $x = -\frac{b}{2a} \Rightarrow -\frac{b}{2a} = 3 \Rightarrow$

$\Rightarrow -\frac{1-m}{2(2m-1)} = 3 \Rightarrow m-1 = 6(2m-1)$

$\Rightarrow m-1 = 12m-6 \Rightarrow 11m = 5$

$\Rightarrow \boxed{m = \frac{5}{11}}$

i) G_f are formă convexă $\Rightarrow$ 

$\Leftrightarrow a>0 \Leftrightarrow 2m-1>0 \Leftrightarrow \boxed{m \in (\frac{1}{2}; \infty)}$

j) G_f are formă concavă $\Leftrightarrow$ 

$\Leftrightarrow a<0 \Leftrightarrow 2m-1<0 \Leftrightarrow \boxed{m \in (-\infty; \frac{1}{2})}$

Prof. Ciuiu Badescu

Găsiți $m \in \mathbb{R}$ dacă G_f: a) tg la Ox b) nu intersect. Ox
c) $\cap Ox$ în 2 pct d) deasupra de Ox e) sub Ox
f) are vf pe Oy g) are vf pe Ox h) are pe $x=3$ axă simetrie
i) formă convexă j) formă concavă pt. $f(x)=(m-1)x^2-(3m-1)x+3m-1$

---

a) G_f tangent la $Ox \Leftrightarrow \Delta = 0$

$\Delta = (-(3m-1))^2 - 4(m-1)(3m-1) =$

$= 9m^2 - 6m + 1 - 4(3m^2 - 4m + 1) =$

$= 9m^2 - 6m + 1 - 12m^2 + 16m - 4$

$\Rightarrow \boxed{\Delta = -3m^2 + 10m - 3}$

$\Delta = 0 \Rightarrow -3m^2 + 10m - 3 = 0 \mid \cdot(-1) \Leftrightarrow 3m^2 - 10m + 3 = 0$

$m_{1,2} = \frac{10 \pm \sqrt{100-36}}{2 \cdot 3} = \frac{10 \pm 8}{6} \swarrow \frac{3}{\frac{1}{3}} \Rightarrow \boxed{m \in \{\frac{1}{3}; 3\}}$

b) G_f nu intersect $Ox \Leftrightarrow \Delta < 0$

$\Leftrightarrow -3m^2 + 10m - 3 < 0 \mid \cdot(-1) \Leftrightarrow 3m^2 - 10m + 3 > 0$

m		$\frac{1}{3}$		3	
$3m^2-10m+3$	$+ +$	0	$- - -$	0	$+ + +$

$3m^2 - 10m + 3 > 0 \Leftrightarrow \boxed{m \in (-\infty; \frac{1}{3}) \cup (3; \infty)}$

c) $G_f \cap Ox$ în 2 puncte $\Leftrightarrow \Delta > 0$

$\Leftrightarrow -3m^2 + 10m - 3 > 0 \mid \cdot(-1) \Leftrightarrow 3m^2 - 10m + 3 < 0$

$\Leftrightarrow \boxed{m \in (\frac{1}{3}; 3)}$

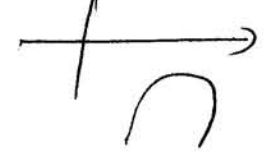
d) G_f deasupra lui $Ox \Leftrightarrow$ 

$\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

$a > 0 \Rightarrow m - 1 > 0 \Rightarrow m \in (1; \infty) = I_1$

$\Delta \leq 0 \xrightarrow{\text{tabel}} m \in (-\infty; \frac{1}{3}] \cup [3; \infty) = I_2$

$m \in I_1 \cap I_2 \Rightarrow \boxed{m \in [3; \infty)}$

e) G_f sub $Ox \Leftrightarrow$ 

$\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

$a < 0 \Rightarrow m - 1 < 0 \Rightarrow m \in (-\infty; 1) = I_1$

$\Delta \leq 0 \xrightarrow{\text{tabel}} m \in (-\infty; \frac{1}{3}] \cup [3; \infty) = I_2$

$m \in I_1 \cap I_2 \Rightarrow \boxed{m \in (-\infty; \frac{1}{3}]}$

f) G_f are vf pe $Oy \Leftrightarrow x_V = 0$

$\Leftrightarrow -\frac{b}{2a} = 0 \Leftrightarrow \frac{3m-1}{2(m-1)} = 0 \Leftrightarrow$

$3m - 1 = 0 \Leftrightarrow \boxed{m = \frac{1}{3}}$

g) G_f are vf pe $Ox \Leftrightarrow y_V = 0$

$\Leftrightarrow -\frac{\Delta}{4a} = 0 \Leftrightarrow \Delta = 0$

$\Leftrightarrow -3m^2 + 10m - 3 = 0 \Leftrightarrow \boxed{m \in \{\frac{1}{3}; 3\}}$

h) G_f are pe $x = 3$ axă de simetrie

deoarece G_f are pe $x = -\frac{b}{2a}$ axă de simetrie $\Rightarrow -\frac{b}{2a} = 3 \Rightarrow$

$\frac{3m-1}{2(m-1)} = 3 \Leftrightarrow 3m - 1 = 6(m-1)$

$\Leftrightarrow 3m - 1 = 6m - 6 \Leftrightarrow 3m = 5$

$\Leftrightarrow \boxed{m = \frac{5}{3}}$

i) G_f are formă convexă ∪

$\Leftrightarrow a > 0 \Leftrightarrow m - 1 > 0 \Leftrightarrow \boxed{m \in (1; \infty)}$

j) G_f are formă concavă ∩

$\Leftrightarrow a < 0 \Leftrightarrow m - 1 < 0 \Leftrightarrow \boxed{m \in (-\infty; 1)}$

Prof. Ovidiu Badescu

Găsiți $m \in \mathbb{R}$ dacă G_f: a) tg la Ox b) nu intersect. Ox
c) $\cap Ox$ în 2 pct d) deasupra de Ox e) sub Ox
f) are vf pe Oy g) are vf pe Ox h) are pe $x=3$ axă simetrie
i) formă convexă j) formă concavă pt. $f(x)=(m-2)x^2+(2-m)x+m-5$

---

a) G_f tangent la $Ox \Leftrightarrow \Delta = 0$

$\Delta = (2-m)^2 - 4(m-2)(m-5) =$

$= 4 - 4m + m^2 - 4(m^2 - 7m + 10)$

$\Delta = -3m^2 + 24m - 36$

$\Delta = 0 \Leftrightarrow -3m^2 + 24m - 36 = 0 \mid \cdot(-1)$

$3m^2 - 24m + 36 = 0 \mid : 3 \Rightarrow$

$m^2 - 8m + 12 = 0 \Rightarrow m_{1/2} = \frac{8 \pm \sqrt{64-48}}{2 \cdot 1}$

$\boxed{m \in \{6; 2\}}$

---

b) G_f nu intersect $Ox \Leftrightarrow \Delta < 0$

$\Rightarrow -3m^2 + 24m - 36 < 0 \mid : (-3)$

$\therefore m^2 - 8m + 12 > 0$

	2		6	
$m^2-8m+12$	$+ \quad +$	0	$- \quad -$	$0 \quad + \quad +$

$m^2 - 8m + 12 > 0 \Leftrightarrow \boxed{m \in (-\infty; 2) \cup (6; \infty)}$

---

c) $G_f \cap Ox$ în 2 pct $\Leftrightarrow \Delta > 0$

$\Rightarrow -3m^2 + 24m - 36 > 0 \mid : (-3)$

$m^2 - 8m + 12 < 0 \overset{\text{fdd}}{\Rightarrow} \boxed{m \in (2; 6)}$

---

d) G_f deasupra de Ox

$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \Rightarrow m-2 > 0 \Rightarrow m > 2 \Rightarrow m \in (2; \infty) = I_1 \\ \Delta \leq 0 \overset{b)}{\Rightarrow} m \in (-\infty; 2] \cup [6; \infty) = I_2 \end{cases}$

$m \in I_1 \cap I_2 = [6; \infty)$

e) G_f sub Ox

$\Rightarrow \begin{cases} a < 0 \Rightarrow m-2 < 0 \Rightarrow m \in (-\infty; 2) = I_1 \\ \Delta \leq 0 \overset{b)}{\Rightarrow} m \in (-\infty; 2] \cup [6; \infty) = I_2 \end{cases}$

$m \in I_1 \cap I_2 = (-\infty; 2)$

---

f) are vf pe $Oy \Leftrightarrow x_V = 0$

$\Rightarrow -\frac{b}{2a} = 0 \Rightarrow b = 0 \Rightarrow 2 - m = 0 \Rightarrow \boxed{m = 2}$

---

g) are vf pe $Ox \Leftrightarrow y_V = 0 \Rightarrow$

$-\frac{\Delta}{4a} = 0 \Rightarrow \Delta = 0 \overset{c)}{\Rightarrow} m \in \{6; 2\}$

---

h) are pe $x = 3$ axă simetrie

$\Leftrightarrow -\frac{b}{2a} = 3 \Rightarrow -\frac{2-m}{2(m-2)} = 3$

$\Rightarrow \frac{m-2}{2(m-2)} = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} = 3$ fals

$\Rightarrow \nexists m \in \mathbb{R}$ a.î. $x = 3$ axă de simetrie

---

i) formă convexă $\cup$

$\Leftrightarrow a > 0 \Rightarrow m - 2 > 0 \Rightarrow \boxed{m \in (2; \infty)}$

---

j) formă concavă $\cap$

$\Leftrightarrow a < 0 \Rightarrow m - 2 < 0 \Rightarrow \boxed{m \in (-\infty; 2)}$

Prof. Ovidiu Badescu