PROBLEME NONSTANDARD DE ALGEBRĂ CLASA A IX-A, SETUL I

1) Arătați că, $\forall x \in \mathbb{R}$ avem

$(x^2+4x+5)/(x^2+2x+2) \geq 1$,

2) Fie a_n, $n \geq 1$ dat de $q=1$,

$(k+2)a_{k+1} = k \cdot a_k$. Se cere a_n

Prof. Ovidiu Bădescu

9.1.20

Arătați că $(x^2+4x+5)(x^2+2x+2) \geq 1,\ \forall x \in \mathbb{R}$

$E_1)\ x^2+4x+5 = x^2+4x+4+1 = \underbrace{(x+2)^2}_{\geq 0}+1 \geq 1$

$E_2)\ x^2+2x+2 = x^2+2x+1+1 = \underbrace{(x+1)^2}_{\geq 0}+1 \geq 1$

$E_3)\ x^2+4x+5 \geq 1$

$x^2+2x+2 \geq 1$

"$\cdot$": $(x^2+4x+5)(x^2+2x+2) \geq 1$

Prof. Ovidiu Bădescu

Fie șirul a_n, $n \geq 1$ dat de $a_1 = 1$,

$(k+2)\, a_{k+1} = k \cdot a_k$.

Găsiți forma lui a_n

$E_1)\ (k+2)\, a_{k+1} = k \cdot a_k \Rightarrow$

$$\frac{a_{k+1}}{a_k} = \frac{k}{k+2}$$

$E_2)\ k=1 \Rightarrow \frac{a_2}{a_1} = \frac{1}{3}$

$k=2 \Rightarrow \frac{a_3}{a_2} = \frac{2}{4}$

$k=3 \Rightarrow \frac{a_4}{a_3} = \frac{3}{5}$

$k=4 \Rightarrow \frac{a_5}{a_6} = \frac{4}{6}$

$k = n-1 \Rightarrow \frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{n-1}{n+1}$

$E_3)$ înmulțim: $\frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{a_3}{a_2} \cdots \frac{a_n}{a_{n-1}} =$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{6} \cdot \ldots \cdot \frac{n-1}{n+1}$$

$$= \frac{1 \cdot 2}{n(n+1)} \Rightarrow \frac{a_n}{a_1} = \frac{2}{n(n+1)} \Rightarrow a_n = \frac{2}{n(n+1)}$$

Prof. Ovidiu Bădescu