PROGRESII ARITMETICE

ECUAȚII CU SUMĂ DE p.a.

Găsiți x în fiecare din situațiile următoare:

1) $1+5+9+\ldots+x=231$

2) $1+4+7+\ldots+x=651$

3) $1+5+9+\ldots+x=276$

4) $1+7+13+\ldots+x=408$

5) $1+6+11+\ldots+x=81$

6) $3+\frac{7}{2}+4+\frac{9}{2}+\ldots+x=510$

7) $x+(x+5)+(x+10)+\ldots+(x+100)=2100$

8) $3x+(3x+2)+(3x+4)+\ldots+(3x+100)=2652$

9) $(2x+1)+(2x+5)+\ldots+(2x+37)=210$

10) $(x+\frac{1}{2})+(x+1)+(x+\frac{3}{2})+\ldots+(x+50)=3125$

Găsiți $x \in \mathbb{R}$ dacă

$$1+5+9+\ldots+x=231$$

E_1) dacă $a+c=2b$ pt 3 term consecutivi pentru sumă $\Rightarrow$ sumă de progr aritm. În cazul nostru, $1+9=2\cdot 5$ $\Rightarrow$ sumă de progr aritm cu $a_1=1$, $a_n=x$, $r=4$ și sunt n termeni

E_2) $S_n=\frac{(a_1+a_n)\cdot n}{2}=\frac{(1+x)\cdot n}{2}$

E_3) Dar, $S_n=231 \Rightarrow \frac{(1+x)\cdot n}{2}=231$

E_4) deoarece $x=a_n=a_1+(n-1)r \Rightarrow$

$x=1+(n-1)\cdot 4 \Rightarrow x=4n-3$, înlocuim în E_3

E_5) $\frac{(1+(4n-3))\cdot n}{2}=231 \Rightarrow \frac{(4n-2)\cdot n}{2}=231$

$\Rightarrow \frac{2(2n-1)\cdot n}{2}=231 \Rightarrow 2n^2-n-231=0$

E_6) $n_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{1+8\cdot 231}}{2\cdot 2}=\frac{1\pm\sqrt{1849}}{4}=\frac{1\pm 43}{4}$

$\Rightarrow \begin{cases} n_1=\frac{44}{4}=11 \in \mathbb{N} \\ n_2=-\frac{42}{4}=-\frac{21}{2} \notin \mathbb{N} \text{ fals} \end{cases}$

E_7) $n_1=11 \Rightarrow x=4n-3 \Rightarrow \boxed{x=41}$

Găsiți $x \in \mathbb{R}$ dacă:

$$1+4+7+\dots+x=651$$

E_1) dacă $\not\exists$ o sumă avem $a+c=2b$ pentru orice 3 termeni consecutivi $\Rightarrow$ avem o sumă de progr aritmetică. În cazul nostru, $1+7=2\cdot 4 \Rightarrow$ sumă de progresie aritmetică cu $a_1=1$, $a_n=x$, $r=3$ și sunt n termeni

E_2) $\Rightarrow S_n = \dfrac{(a_1+a_n)\cdot n}{2}$

$$S_n = \frac{(1+x)\cdot n}{2}$$

Dar, $S_n = 651 \Rightarrow \dfrac{(1+x)\cdot n}{2} = 651$ (*)

E_3) Dar, $x = a_n = a_1+(n-1)r = 1+(n-1)\cdot 3$

$\Rightarrow x = 3n-2$ înlocuim în (*)

E_4) $\dfrac{(1+3n-2)\cdot n}{2} = 651 \Rightarrow 3n^2-n=1302$

$\Rightarrow 3n^2-n-1302=0 \Rightarrow n_{1,2} = \dfrac{1\pm\sqrt{1+15624}}{2\cdot 3} = \dfrac{1\pm 125}{6}$

$\Rightarrow \begin{cases} n_1 = \frac{126}{6} = 21 \\ n_2 = -\frac{124}{6} < 0 \text{ fals} \end{cases}$

E_5) $n_1 = 21 \Rightarrow x = 3n-2 \Rightarrow \boxed{x=61}$