Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Testul 6

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $9:\left(\frac{1}{2^3}-(-1)^3\right)=8$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=ax-2$, unde a este număr real. Arătați că, dacă punctul $A(1,3)$ aparține graficului funcției f, atunci punctul $B(-1,-7)$ aparține graficului funcției f.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuația $5^{2x-5}=125$.

5p **4.** Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea numerelor naturale de o cifră, numărul 3^{n-3} să fie subunitar.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2,4)$, $B(0,2)$, $C(1,3)$ și D, astfel încât segmentele AB și CD au același mijloc. Determinați coordonatele punctului D.

5p **6.** Se consideră pătratul $ABCD$ de latură 12 și punctul O, intersecția dreptelor AC și BD. Determinați aria triunghiului AMC, știind că M este mijlocul segmentului OB.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulţimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=x^3-x^2y-xy^2+y^3$.

5p **1.** Arătați că $1\circ(-2)=-9$.

5p **2.** Arătați că $x\circ y=(x+y)(x-y)^2$, pentru orice numere reale x și y.

5p **3.** Arătați că legea de compoziție „$\circ$” este comutativă.

5p **4.** Arătați că $x\circ(-x)=0$, pentru orice număr real x.

5p **5.** Determinați numerele reale x pentru care $(2x)\circ x=24$.

5p **6.** Determinați numerele naturale m și n, cu $m>n$, pentru care $m\circ n=9$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}a & 2\\ b & -3\end{pmatrix}$, unde a și b sunt numere reale.

5p **1.** Arătați că $\det A=-1$.

5p **2.** Pentru $a=3$ și $b=-1$, calculați $3A-2B$.

5p **3.** Pentru $a=-3$ și $b=2$, arătați că $A\cdot B=B\cdot A$.

5p **4.** Determinați numerele reale a și b pentru care $B\cdot B=I_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **5.** Arătați că $\det(A-B)\le -3$, pentru orice numere naturale nenule a și b.

5p **6.** Arătați că, dacă numărul a este cu 5 mai mare decât numărul b, atunci $\det(A\cdot B+B\cdot A)=0$.

Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Testul 6

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$9:\left(\frac{1}{2^3}-(-1)^3\right)=9:\left(\frac{1}{8}-(-1)\right)=9:\left(\frac{1}{8}+1\right)=$	**3p**
	$=9\cdot\frac{8}{9}=8$	**2p**
2.	$f(1)=3\Leftrightarrow a-2=3$, de unde obținem $a=5$	**3p**
	$f(-1)=5\cdot(-1)-2=-7$, deci punctul $B(-1,-7)$ aparține graficului funcției f	**2p**
3.	$5^{2x-5}=5^3\Leftrightarrow 2x-5=3$	**3p**
	$x=4$	**2p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de o cifră are 10 elemente, deci sunt 10 cazuri posibile	**2p**
	$3^{n-3}<1\Rightarrow n-3<0$ și, cum n este număr natural, obținem $n=0$ sau $n=1$ sau $n=2$, deci sunt 3 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{3}{10}$	**1p**
5.	$M(-1,3)$, unde M este mijlocul segmentului AB	**2p**
	M este mijlocul segmentului CD, deci $-1=\frac{1+x_D}{2}$, $3=\frac{3+y_D}{2}$, de unde obținem $x_D=-3$ și $y_D=3$	**3p**
6.	$AC=12\sqrt{2}$, $MO=3\sqrt{2}$	**2p**
	$MO\perp AC$, deci $\mathcal{A}_{\Delta AMC}=\frac{MO\cdot AC}{2}=\frac{3\sqrt{2}\cdot 12\sqrt{2}}{2}=36$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$1\circ(-2)=1^3-1^2\cdot(-2)-1\cdot(-2)^2+(-2)^3=$	**3p**
	$=1+2-4-8=-9$	**2p**
2.	$x\circ y=x^2(x-y)-y^2(x-y)=\left(x^2-y^2\right)(x-y)=$	**2p**
	$=(x+y)(x-y)(x-y)=(x+y)(x-y)^2$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
3.	$x\circ y=(x+y)(x-y)^2=(y+x)(y-x)^2=$	**3p**
	$=y\circ x$, pentru orice numere reale x și y, deci legea de compoziție „$\circ$” este comutativă	**2p**
4.	$x\circ(-x)=(x+(-x))(x-(-x))^2=$	**2p**
	$=(x-x)(x+x)^2=0$, pentru orice număr real x	**3p**
5.	$(2x)\circ x=(2x+x)(2x-x)^2=3x\cdot x^2=3x^3$, pentru orice număr real x	**3p**
	$3x^3=24\Leftrightarrow x^3=8$, de unde obținem $x=2$	**2p**

6.	$(m+n)(m-n)^2=9$, pentru orice numere naturale m și n	**2p**
	Cum $m+n$ și $m-n$ sunt numere naturale, rezultă că $m+n=1$ și $m-n=3$ sau $m+n=9$ și $m-n=1$, de unde obținem $m=2$ și $n=-1$, care nu convin și $m=5$ și $n=4$, care convin	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det A=\begin{vmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{vmatrix}=0\cdot 0-1\cdot 1=$	**3p**
	$=0-1=-1$	**2p**
2.	$B=\begin{pmatrix}3 & 2\\ -1 & -3\end{pmatrix}\Rightarrow 3A-2B=\begin{pmatrix}0 & 3\\ 3 & 0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}6 & 4\\ -2 & -6\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}-6 & -1\\ 5 & 6\end{pmatrix}$	**2p**
3.	$B=\begin{pmatrix}-3 & 2\\ 2 & -3\end{pmatrix}\Rightarrow A\cdot B=\begin{pmatrix}2 & -3\\ -3 & 2\end{pmatrix}$	**3p**
	$B\cdot A=\begin{pmatrix}2 & -3\\ -3 & 2\end{pmatrix}$, deci $A\cdot B=B\cdot A$	**2p**
4.	$B\cdot B=\begin{pmatrix}a^2+2b & 2a-6\\ ab-3b & 2b+9\end{pmatrix}$, pentru orice numere reale a și b	**3p**
	$\begin{pmatrix}a^2+2b & 2a-6\\ ab-3b & 2b+9\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\Leftrightarrow a=3$ și $b=-4$	**2p**
5.	$A-B=\begin{pmatrix}-a & -1\\ 1-b & 3\end{pmatrix}\Rightarrow \det(A-B)=1-(3a+b)$, pentru orice numere naturale a și b	**2p**
	Cum a și b sunt numere naturale nenule, rezultă că $3a+b\geq 4$, deci $\det(A-B)\leq 1-4=-3$	**3p**
6.	$A\cdot B+B\cdot A=\begin{pmatrix}b+2 & a-3\\ a-3 & b+2\end{pmatrix}\Rightarrow \det(A\cdot B+B\cdot A)=(b+2)^2-(a-3)^2$, pentru orice numere naturale a și b	**2p**
	$a=b+5$, deci $\det(A\cdot B+B\cdot A)=(b+2)^2-(b+5-3)^2=0$	**3p**