Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Test 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\left(5+\frac{1}{2}\right)\left(5-\frac{1}{2}\right)=\frac{99}{4}$.

5p **2.** Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+4$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=8-x$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5(2x+1)=2$.

5p **4.** După o ieftinire cu 10%, preţul unei tablete este 630 de lei. Determinați prețul tabletei înainte de ieftinire.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,1)$ şi $B(3,5)$. Calculați lungimea segmentului AM, unde M este mijlocul segmentului AB.

5p **6.** Arătați că $\cos^2 45^\circ-\sin^2 30^\circ=\frac{1}{4}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $M=\begin{pmatrix}8 & 6\\ 6 & 5\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix}2+a & 2\\ 2 & 1+a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det M=4$.

5p **b)** Arătați că $A(a)\cdot A(-a)+a^2\cdot I_2=M$, pentru orice număr real a, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, știind că $M\cdot X=A(0)$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=x+y-10$.

5p **a)** Arătaţi că $5*5=0$.

5p **b)** Determinați numerele naturale n pentru care $n^2*n<-4$.

5p **c)** Determinați numerele reale x pentru care $x*x*x=x^2-18$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^3-3x^2+1$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=6x(x-1)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-x^3+2x^2+x-2}{x-1}=2$.

5p **c)** Determinați abscisele punctelor situate pe graficul funcției f în care tangenta la graficul funcţiei f este paralelă cu dreapta de ecuație $y=12x+2020$.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x\left(x^2+1\right)-2$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_{-1}^{1}\left(f(x)-x+2\right)dx=0$.

5p **b)** Calculaţi $\int_{0}^{1}\left(f(x)-x^3+2\right)e^x\,dx$.

5p **c)** Determinaţi numărul real pozitiv m, știind că $\int_{1}^{2}f(x)\,dx=m^2+1$.

Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$5+\frac{1}{2}=\frac{11}{2}$	**2p**
	$5-\frac{1}{2}=\frac{9}{2}\Rightarrow\left(5+\frac{1}{2}\right)\left(5-\frac{1}{2}\right)=\frac{11}{2}\cdot\frac{9}{2}=\frac{99}{4}$	**3p**
2.	$3x+4=8-x\Leftrightarrow x=1$	**3p**
	$y=7$	**2p**
3.	$2x+1=5^2$	**3p**
	$x=12$, care convine	**2p**
4.	$p-10\%\cdot p=630$, unde p este preţul tabletei înainte de ieftinire	**3p**
	$p=700$ de lei	**2p**
5.	$AB=4$	**2p**
	$AM=\frac{AB}{2}=2$	**3p**
6.	$\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$	**2p**
	$\cos^2 45^\circ-\sin^2 30^\circ=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{2}{4}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det M=\begin{vmatrix}8 & 6\\ 6 & 5\end{vmatrix}=8\cdot 5-6\cdot 6=$	**3p**
	$=40-36=4$	**2p**
b)	$A(a)\cdot A(-a)=\begin{pmatrix}2+a & 2\\ 2 & 1+a\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2-a & 2\\ 2 & 1-a\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8-a^2 & 6\\ 6 & 5-a^2\end{pmatrix}$, pentru orice număr real a	**3p**
	$\begin{pmatrix}8-a^2 & 6\\ 6 & 5-a^2\end{pmatrix}+a^2\cdot\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8-a^2+a^2 & 6\\ 6 & 5-a^2+a^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8 & 6\\ 6 & 5\end{pmatrix}=M$, pentru orice număr real a	**2p**
c)	$\det M\neq 0$, deci există $M^{-1}=\begin{pmatrix}\frac{5}{4} & -\frac{3}{2}\\ -\frac{3}{2} & 2\end{pmatrix}$	**3p**
	$X=M^{-1}\cdot A(0)$ şi, cum $A(0)=\begin{pmatrix}2 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$, obţinem $X=\begin{pmatrix}-\frac{1}{2} & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$	**2p**

2.a)	$5*5=5+5-10=$ $=10-10=0$	**3p** **2p**
b)	$n^2+n-10<-4\Leftrightarrow n^2+n-6<0\Leftrightarrow n\in(-3,2)$ Cum n este număr natural, obținem $n=0$ sau $n=1$	**2p** **3p**
c)	$x*x=2x-10$, $x*x*x=3x-20$, deci $3x-20=x^2-18\Leftrightarrow x^2-3x+2=0$ $x=1$ sau $x=2$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=2\left(x^3\right)'-3\left(x^2\right)'+(1)'=$ $=6x^2-6x=6x(x-1)$, $x\in\mathbb{R}$	**2p** **3p**
b)	$\lim\limits_{x\to1}\dfrac{f(x)-x^3+2x^2+x-2}{x-1}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^3-x^2+x-1}{x-1}=$ $=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{(x-1)\left(x^2+1\right)}{x-1}=\lim\limits_{x\to1}\left(x^2+1\right)=2$	**2p** **3p**
c)	Tangenta la graficul funcției f în punctul $(a,f(a))$ este paralelă cu dreapta de ecuație $y=12x+2020\Leftrightarrow f'(a)=12$ $6a(a-1)=12\Leftrightarrow a^2-a-2=0\Leftrightarrow a=-1$ sau $a=2$	**2p** **3p**
2.a)	$\int\limits_{-1}^{1}\left(f(x)-x+2\right)dx=\int\limits_{-1}^{1}\left(x^3+x-2-x+2\right)dx=\int\limits_{-1}^{1}x^3dx=$ $=\dfrac{x^4}{4}\Big\vert_{-1}^{1}=\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{4}=0$	**2p** **3p**
b)	$\int\limits_{0}^{1}\left(f(x)-x^3+2\right)e^x\,dx=\int\limits_{0}^{1}xe^xdx=$ $=(x-1)e^x\Big\vert_{0}^{1}=0-(-1)\cdot e^0=1$	**2p** **3p**
c)	$\int\limits_{1}^{2}f(x)dx=\int\limits_{1}^{2}\left(x^3+x-2\right)dx=\dfrac{x^4}{4}\Big\vert_{1}^{2}+\dfrac{x^2}{2}\Big\vert_{1}^{2}-2x\Big\vert_{1}^{2}=\dfrac{13}{4}$ $m^2+1=\dfrac{13}{4}\Rightarrow m^2=\dfrac{9}{4}$ și, cum m este număr real pozitiv, obținem $m=\dfrac{3}{2}$	**3p** **2p**