EN / 2025 / MODEL / III 3

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 6$

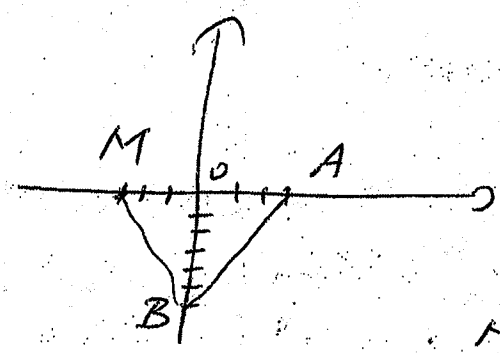
a) arată $f(3) \cdot f(2025) = 0$

b) $G_f \cap Ox$ în A, $G_f \cap Oy$ în B, M simetricul lui A față de O, se cere A_{ABM}

---

a) $f(3) = 2 \cdot 3 - 6 = 0 \Rightarrow f(3) \cdot f(2025) = 0 \cdot f(2025) = 0$

b)



$G_f \cap Ox$: $y = 0 \Rightarrow f(x) = 0 \Rightarrow 2x - 6 = 0$

$\Rightarrow x = 3 \Rightarrow A(3, 0) \in G_f$

$G_f \cap Oy$: $x = 0 \Rightarrow f(0) = 0 - 6 = -6$

$\Rightarrow B(0, -6) \in G_f$

M simetricul lui A față de O

$\Rightarrow M(-3, 0)$

$A_{ABM} = \frac{AM \cdot BO}{2} = \frac{6 \cdot 6}{2} = 18$

deoarece $BO \perp MA$ și cum $B(0, -6) \Rightarrow BO = 6$

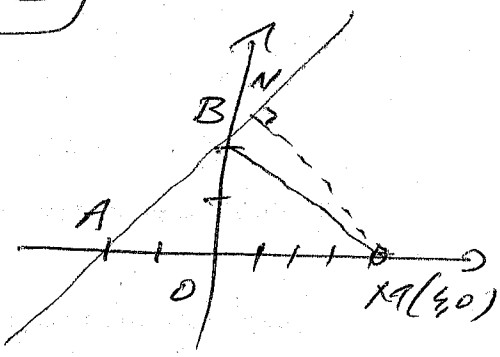
EN/2024/REZERVĂ/III 3

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$

a) arată că $2 \cdot f(1) = f(4)$

b) $G_f \cap Ox$ în A, $G_f \cap Oy$ în B

Se cere distanța de la $M(4,0)$ la AB



---

a) $f(1) = 1 + 2 = 3$, $f(4) = 4 + 2 = 6$

$2f(1) = 2 \cdot 3 = 6$

$\Rightarrow 2f(1) = f(4)$

b) $G_f \cap Ox$: $y = 0 \Rightarrow f(x) = 0 \Rightarrow x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow A(-2,0)$

$G_f \cap Oy$: $x = 0 \Rightarrow f(0) = 0 + 2 = 2 \Rightarrow B(0,2)$

Fie $MN \perp AB$ (N aparține dreptei AB)

$\Rightarrow MN$ e distanța cerută

$A_{ABM} = \frac{AB \cdot MN}{2}$ dar $A_{ABM} = \frac{AM \cdot BO}{2} \Rightarrow \boxed{AB \cdot MN = AM \cdot BO}$ (1)

în $\triangle AOB$, $m(\hat{O}) = 90^\circ \xrightarrow{\text{T. Pitagora}} AB^2 = AO^2 + BO^2 \Rightarrow$

$AB^2 = 4 + 4 = 8 \Rightarrow \boxed{AB = 2\sqrt{2}}$

$B(0,2) \Rightarrow \boxed{BO = 2}$

$A(-2,0)$, $B(4,0) \Rightarrow AM = AO + OM = 2 + 4 = 6$

$\Rightarrow \boxed{AM = 6}$

Din $AB \cdot MN = BO \cdot AM \Rightarrow 2\sqrt{2} \cdot MN = 2 \cdot 6$

$\Rightarrow MN = \frac{12}{2\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$

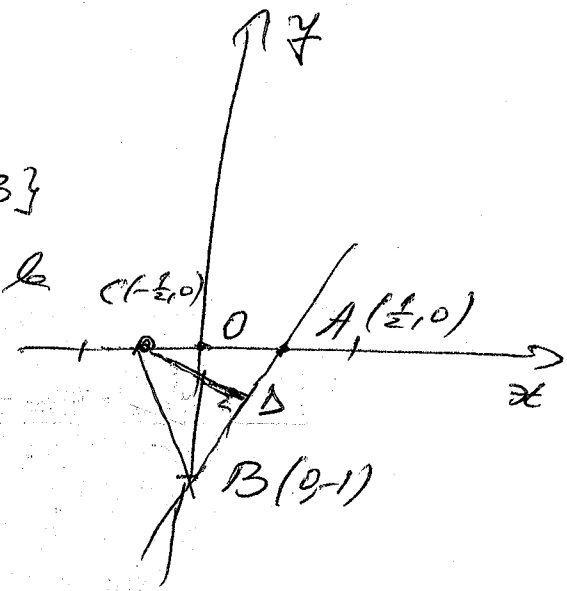
EN / 2024 / EXAMEN / III 3

Fie $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$

a) arata ca $f(0) + f(1) = 0$

b) $G_f \cap Ox = \{A\}$, $G_f \cap Oy = \{B\}$

Sa se afle distanta de la $C(-\frac{1}{2}, 0)$ la dreapta AB



---

a) $f(0) = 2 \cdot 0 - 1 = -1$

$f(1) = 2 \cdot 1 - 1 = 1$

$f(0) + f(1) = -1 + 1 = 0$

b) $G_f \cap Ox$: $y = 0 \Rightarrow f(x) = 0 \Rightarrow 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow A(\frac{1}{2}, 0)$

$G_f \cap Oy$: $x = 0 \Rightarrow f(0) = 2 \cdot 0 - 1 = -1 \Rightarrow B(0, -1)$

Fie $C\Delta \perp AB \Rightarrow A_{ABC} = \frac{AB \cdot C\Delta}{2}$ si $A_{ABC} = \frac{AC \cdot BO}{2}$

ΔAOB, $m(A\hat{O}B) = 90^\circ \Rightarrow AB^2 = AO^2 + BO^2 \Rightarrow$

$AB^2 = (\frac{1}{2})^2 + 1^2 = \frac{1}{4} + 1 = \frac{5}{4} \Rightarrow \boxed{AB = \frac{\sqrt{5}}{2}}$

$AC = AO + OC = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow \boxed{AC = 1}$

$\boxed{BO = 1} \Rightarrow A_{ABC} = \frac{AB \cdot C\Delta}{2} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{2} \cdot C\Delta}{2} = \frac{\sqrt{5} C\Delta}{4}$

$A_{ABC} = \frac{AC \cdot BO}{2} = \frac{1 \cdot 1}{2} = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow$

$\frac{\sqrt{5} C\Delta}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{5} \cdot C\Delta = 2 \Rightarrow C\Delta = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\Rightarrow \boxed{C\Delta = \frac{2\sqrt{5}}{5}}$

EN/2024/SIMULARE/III 3

Fie $\overline{abc}$ cu a, b, c nenule unde

$a = 5 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) - \frac{2}{3} : \frac{1}{3}$, și

$b = \left(3 \cdot 3^2 \cdot 3^3 \cdot 3^4\right) : 9^4 - 25^4 : 5^7$

a) arătați că $a = 3$

b) găsiți $\overline{abc}$ dacă $\overline{ac}$ și $\overline{cb}$ sunt direct proporționale cu numerele 4 și 3

a) $a = 5 \cdot \left(\frac{3}{1/2} + \frac{2}{1/3} + \frac{1}{6}\right) - \frac{2}{3} : \frac{1}{3} =$

$= 5 \cdot \frac{3+2+1}{6} - \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{1} = 5 \cdot \frac{6}{6} - 2 = 5 - 2 = 3$

b) $\frac{\overline{ac}}{4} = \frac{\overline{cb}}{3} \Rightarrow \boxed{3\overline{ac} = 4\overline{cb}}$

$b = \left(3 \cdot 3^2 \cdot 3^3 \cdot 3^4\right) : 9^4 - 25^4 : 5^7$

$b = 3^{1+2+3+4} : (3^2)^4 - (5^2)^4 : 5^7$

$b = 3^{10} : 3^8 - 5^8 : 5^7 = 3^{10-8} - 5^{8-7}$

$b = 3^2 - 5 = 9 - 5 = \boxed{4}$ și cum $\boxed{a = 3}$

$\Rightarrow 3 \cdot \overline{3c} = 4 \cdot \overline{c4} \Rightarrow 3(3 \cdot 10 + c) = 4 \cdot (10c + 4)$

$\Rightarrow 3(30 + c) = 4(10c + 4) \Rightarrow 90 + 3c = 40c + 16$

$90 - 16 = 40c - 3c \Rightarrow 74 = 37c \Rightarrow c = \frac{74}{37}$

$\Rightarrow \boxed{c = 2}$

$\overline{abc} = 342$

[EN / 2024 / MODEL / III 3]

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$

a) arată $2023 \cdot f(-2) = 0$

b) $G_f \cap Ox = \{A\}$, $G_f \cap Oy = \{B\}$, M mijlocul lui AB

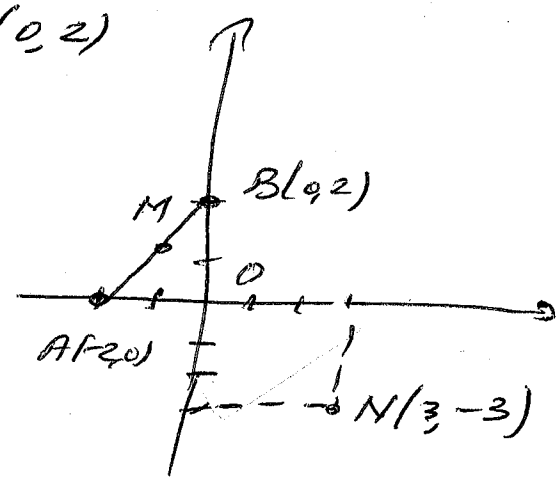
Arată că N, O, M coliniare unde $N(3, -3)$

---

a) $f(-2) = -2 + 2 \Rightarrow 2023 \cdot f(-2) = 2023 \cdot 0 = 0$

b) $G_f \cap Ox$: $y = 0 \Rightarrow f(x) = 0 \Rightarrow x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow A(-2, 0)$

$G_f \cap Oy$: $x = 0 \Rightarrow f(0) = 2 \Rightarrow B(0, 2)$



N mijlocul lui $AB \Rightarrow$

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-2+0}{2} = -1 \\ y_N = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{0+2}{2} = 1 \end{cases}$$

$\Rightarrow M(-1, 1)$, $O(0, 0)$, $N(3, -3)$

Folosim formula lungimii unui segment și arătăm că $MO + ON = MN$ și atunci M, O, N puncte coliniare

$$MO = \sqrt{(x_O - x_M)^2 + (y_O - y_M)^2} = \sqrt{(0+1)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$ON = \sqrt{(x_N - x_O)^2 + (y_N - y_O)^2} = \sqrt{(3-0)^2 + (-3-0)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$MN = \sqrt{(x_N - x_M)^2 + (y_N - y_M)^2} = \sqrt{(3+1)^2 + (-3-1)^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

Obs. că $MO + ON = \sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

$MN = 4\sqrt{2}$ $\Rightarrow$ egalitate

$\Rightarrow MO + ON = MN \Rightarrow$ punctele M, O, N coliniare