Prezenta lucrare conține _____ pagini

Numele:……..
……
Inițiala prenumelui tatălui: …….....
Prenumele:…….....
.....……..……...
Școala de proveniență: .....…
…….....
.....
Centrul de examen: .....
Localitatea: …….....
Județul: …….....

Nume și prenume asistent	Semnătura

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2023 – 2024

Matematică

Rezervă
27 iunie 2024

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p	**1.** Rezultatul calculului $14-14:(4-2)$ este: **a)** 0 **b)** 7 **c)** 14 **d)** 21
5p	**2.** Dacă $\frac{6}{a}=\frac{b}{2}$, $a\neq 0$, atunci raportul $\frac{a\cdot b}{a\cdot b+1}$ este egal cu: **a)** $\frac{12}{13}$ **b)** 1 **c)** $\frac{12}{11}$ **d)** 12
5p	**3.** Mulțimea divizorilor naturali ai numărului 15 este: **a)** $\{3,5\}$ **b)** $\{0,3,5,15\}$ **c)** $\{1,3,5,15\}$ **d)** $\{3,5,15\}$
5p	**4.** Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $2x^2=8$ este: **a)** $\{-2\}$ **b)** $\{-2,2\}$ **c)** $\{2\}$ **d)** $\{4\}$

5p **5.** Patru elevi, George, Anca, Marius și Alina, ordonează crescător numerele $a=\frac{2}{3}$, $b=0,5$, $c=0,1(3)$ și $d=\frac{1}{4}$. Răspunsurile date de cei patru elevi sunt prezentate în tabelul de mai jos:

George	Anca	Marius	Alina
$d<c<b<a$	$c<d<a<b$	$c<d<b<a$	$d<b<a<c$

Dintre cei patru elevi, cel care a răspuns corect este:

a) George

b) Anca

c) Marius

d) Alina

5p **6.** În prezent, Ioana și Maria au împreună 28 de ani. Afirmația „Peste 3 ani, Ioana și Maria vor avea împreună 31 de ani.” este:

a) adevărată

b) falsă

SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p **1.** În figura alăturată punctele A, B, C și D sunt coliniare, în această ordine, astfel încât $AB<BC<CD$ și $BC=7\text{cm}$. Lungimile segmentelor AB, BC și CD, exprimate în centimetri, sunt trei numere naturale consecutive, iar punctul M este mijlocul segmentului AB. Lungimea segmentului MD este egală cu:

a) 10cm

b) 13cm

c) 18cm

d) 21cm



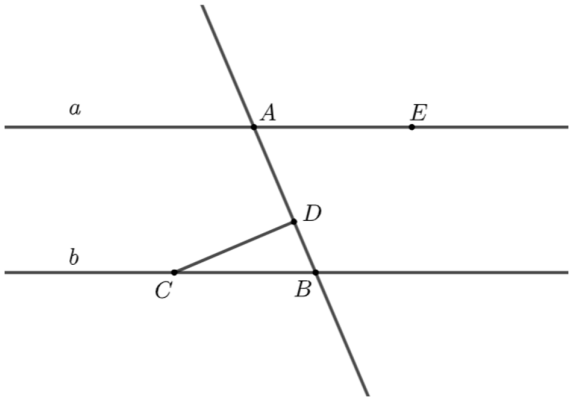
5p **2.** În figura alăturată sunt reprezentate dreptele paralele a și b. Punctele A și E aparțin dreptei a, iar punctele B și C aparțin dreptei b. Dreapta CD este perpendiculară pe dreapta AB, punctul D aparține segmentului AB, iar măsura unghiului DAE este egală cu $67°$. Măsura unghiului DCB este egală cu:

a) $23°$

b) $33°$

c) $67°$

d) $113°$

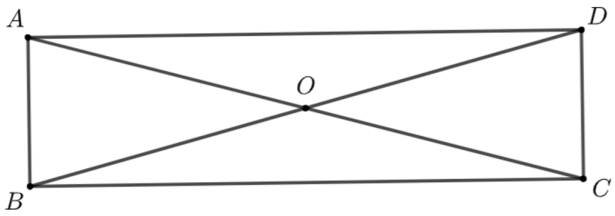


5p **3.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu măsura unghiului C egală cu $75°$. Punctul E aparține semidreptei AC astfel încât semidreapta BC este bisectoarea unghiului ABE. Măsura unghiului BEC este egală cu:



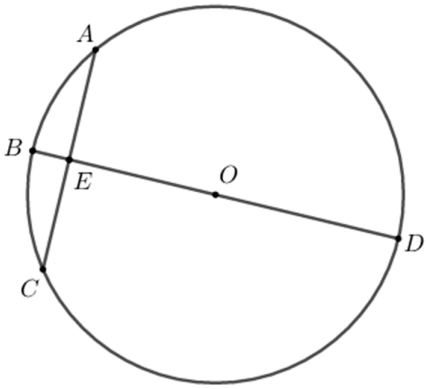
a) $15°$
b) $30°$
c) $60°$
d) $105°$

5p **4.** În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $ABCD$, cu $AC = 20\,\text{cm}$ și O punctul de intersecție a dreptelor AC și BD. Măsura unghiului AOB este egală cu $30°$. Aria dreptunghiului $ABCD$ este egală cu:



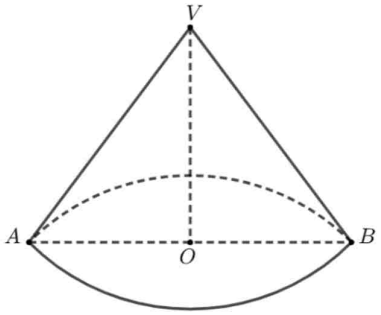
a) $20\ \text{cm}^2$
b) $25\ \text{cm}^2$
c) $100\ \text{cm}^2$
d) $200\ \text{cm}^2$

5p **5.** În figura alăturată este reprezentat cercul cu centrul în punctul O. Diametrul DB are lungimea egală cu $50\,\text{cm}$. Coarda AC are lungimea egală cu $30\,\text{cm}$ și este perpendiculară pe diametrul BD. Dacă E este punctul de intersecție a dreptelor AC și BD, atunci lungimea segmentului OE este egală cu:



a) $20\,\text{cm}$
b) $15\,\text{cm}$
c) $12\,\text{cm}$
d) $10\,\text{cm}$

5p **6.** În figura alăturată este reprezentat un con circular drept cu înălțimea $VO = 8\,\text{cm}$ și secțiunea axială triunghiul VAB, cu $VA = 10\,\text{cm}$. Volumul conului este egal cu:



a) $60\pi\,\text{cm}^3$
b) $96\pi\,\text{cm}^3$
c) $120\pi\,\text{cm}^3$
d) $360\pi\,\text{cm}^3$

SUBIECTUL al III-lea

Scrie rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p **1.** Pentru un concert s-au vândut în total 225 de bilete pentru adulți și copii. Prețul unui bilet pentru adulți a fost de 25 de lei, iar prețul unui bilet pentru copii a fost de 20 de lei. Suma obținută din vânzarea biletelor a fost de 5150 de lei.

(2p) a) Verifică dacă au fost vândute 205 bilete pentru adulți. Justifică răspunsul dat.

(3p) b) Determină numărul biletelor pentru copii care au fost vândute.

5p **2.** Se consideră expresia $E(x)=\left(\dfrac{2}{x-2}+\dfrac{x}{x+2}\right):\dfrac{x^2+4}{x^2+4x+4}$, unde x este număr real, $x\neq -2$ și $x\neq 2$.

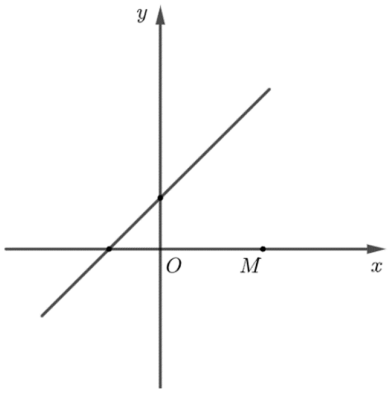
(2p) a) Arată că $\dfrac{2}{x-2}+\dfrac{x}{x+2}=\dfrac{x^2+4}{(x-2)(x+2)}$, pentru orice număr real x, $x\neq -2$ și $x\neq 2$.

(3p) b) Determină numerele naturale n, $n \neq 2$, pentru care $N = E(n) - 1$ este număr natural.

5p

3. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$.

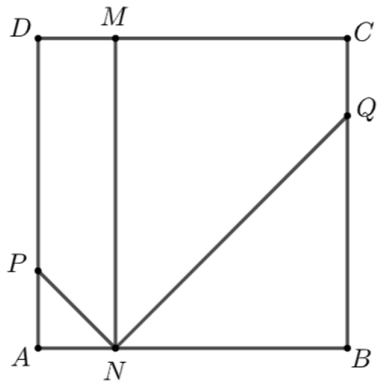
(2p) a) Arată că $2 \cdot f(1) = f(4)$.



(3p) b) Reprezentarea geometrică a graficului funcției f intersectează axele Ox și Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy în punctele A, respectiv B. Determină distanța de la punctul $M(4,0)$ la dreapta AB.

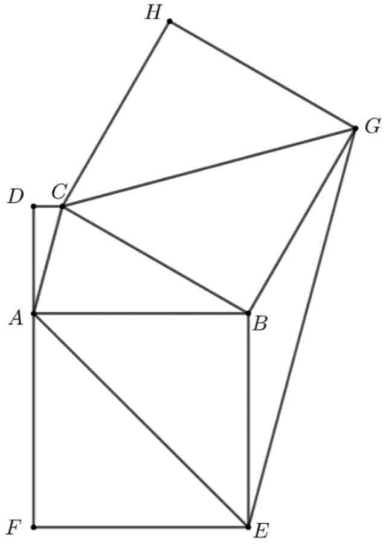
5p **4.** În figura alăturată este reprezentat pătratul $ABCD$. Punctul M aparține laturii CD, iar paralela prin M la dreapta AD intersectează latura AB în punctul N. Bisectoarea unghiului ANM intersectează latura AD în punctul P, iar bisectoarea unghiului MNB intersectează latura BC în punctul Q.

(2p) a) Arată că măsura unghiului PNQ este egală cu $90°$.



(3p) b) Demonstrează că punctele P, O și Q sunt coliniare, unde O este punctul de intersecție a dreptelor AC și BD.

5p **5.** În figura alăturată este reprezentat trapezul $ABCD$ cu $AB \| CD$, $AB = 2 \cdot AD = 4\text{cm}$, măsura unghiului BAD egală cu $90°$ și măsura unghiului ABC egală cu $30°$. În exteriorul trapezului se construiesc pătratele $ABEF$ și $BCHG$.

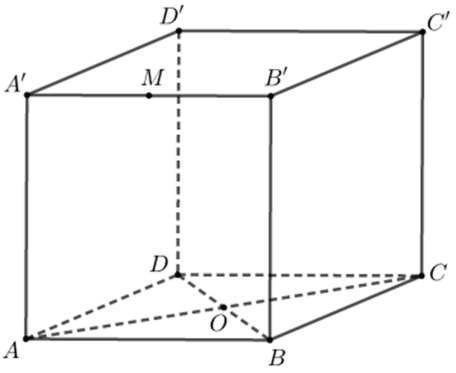


(2p) a) Arată că $BC = 4\text{cm}$.

(3p) b) Demonstrează că patrulaterul $AEGC$ este trapez isoscel.

5p **6.** În figura alăturată este reprezentat cubul $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB=8\text{cm}$ și O punctul de intersecție a dreptelor AC și BD.

(2p) a) Calculează volumul cubului $ABCDA'B'C'D'$.



(3p) b) Determină distanța de la punctul O la planul (CMD), unde punctul M este mijlocul segmentului $A'B'$.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul școlar 2023 - 2024
Matematică

Varianta 2

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea:

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	**b)**	**5p**
2.	**a)**	**5p**
3.	**c)**	**5p**
4.	**b)**	**5p**
5.	**c)**	**5p**
6.	**b)**	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	**c)**	**5p**
2.	**a)**	**5p**
3.	**c)**	**5p**
4.	**c)**	**5p**
5.	**a)**	**5p**
6.	**b)**	**5p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $205 \cdot 25 = 5125$ de lei	**1p**
	$5150 - 5125 = 25$, care nu este multiplu de 20, deci nu au fost vândute 205 bilete pentru adulți	**1p**
	b) $25 \cdot (225 - n) + 20n = 5150$, unde n reprezintă numărul biletelor pentru copii	**1p**
	$5625 - 5n = 5150$	**1p**
	$n = 95$	**1p**
2.	**a)** $\frac{2}{x-2} + \frac{x}{x+2} = \frac{2(x+2)+x(x-2)}{(x-2)(x+2)} =$	**1p**
	$= \frac{x^2+4}{(x-2)(x+2)}$, pentru orice număr real x, $x \neq -2, x \neq 2$	**1p**
	b) $E(x) = \frac{x+2}{x-2}$, pentru orice număr real x, $x \neq -2, x \neq 2$	**1p**
	$N = \frac{4}{n-2}$, pentru orice număr natural $n \neq 2$	**1p**
	N este număr natural, deci $n-2=1$ sau $n-2=2$ sau $n-2=4$, de unde obținem $n=3$, $n=4$, $n=6$	**1p**
3.	**a)** $f(1) = 3$	**1p**
	$f(4) = 6$, de unde obținem $2 \cdot f(1) = f(4)$	**1p**

	b) $A(-2,0)$ și $B(0,2)$	**1p**
	Triunghiul AOB este dreptunghic în O, deci $AB=2\sqrt{2}$	**1p**
	$MN\perp AB$, $N\in AB$, $MN=\dfrac{MA\cdot BO}{AB}$ și, cum $MA=6\text{cm}$, obținem $MN=3\sqrt{2}\text{cm}$	**1p**
4.	**a)** NP este bisectoarea unghiului ANM, deci $\sphericalangle PNM=45^\circ$	**1p**
	NQ este bisectoarea unghiului MNB, deci $\sphericalangle MNQ=45^\circ$, de unde obținem $\sphericalangle PNQ=90^\circ$	**1p**
	b) Triunghiurile PAN și NBQ sunt dreptunghice isoscele, deci $AN=AP$ și $NB=BQ$ și, cum $ABCD$ este pătrat, obținem $DP=BQ$	**1p**
	Cum $DP\parallel BQ$, obținem că $DPBQ$ este paralelogram	**1p**
	$AC\cap DB=\{O\}$, deci punctul O este mijlocul lui DB și, cum $DPBQ$ este paralelogram, rezultă că O este mijlocul segmentului PQ, deci punctele P, O și Q sunt coliniare	**1p**
5.	**a)** $CM\perp AB$, $M\in AB\Rightarrow CM=AD=2\text{cm}$	**1p**
	$\sphericalangle MBC=30^\circ\Rightarrow BC=2CM=4\text{cm}$	**1p**
	b) $BC=AB$, de unde obținem $\sphericalangle CAB=75^\circ$	**1p**
	$\sphericalangle CAE=120^\circ$, $BE=BG$, $\sphericalangle EBG=150^\circ\Rightarrow\sphericalangle BEG=15^\circ$, de unde obținem $\sphericalangle AEG=60^\circ$, deci $\sphericalangle CAE+\sphericalangle AEG=180^\circ\Rightarrow AC\parallel EG$	**1p**
	$ABEF, CBGH$ pătrate cu $AB=BC\Rightarrow AE=CG$ și, cum $AC\parallel EG$ și $AE\not\parallel CG\Rightarrow AEGC$ trapez isoscel	**1p**
6.	**a)** $\mathcal{V}_{ABCDA'B'C'D'}=AB^3=$	**1p**
	$=8^3=512\text{cm}^3$	**1p**
	b) $DC\perp MP$, $DC\perp OP$, $MP\cap OP=\{P\}$ și $MP, OP\subset(MOP)\Rightarrow DC\perp(MOP)$, unde punctul P este mijlocul segmentului DC	**1p**
	$ON\perp MP, N\in MP$ și, cum $ON\perp DC$, $MP\cap DC=\{P\}$, $MP, DC\subset(CMD)$, obținem $ON\perp(CMD)$, deci $d(O,(CMD))=ON$	**1p**
	$\mathcal{A}_{\Delta MOP}=\dfrac{ON\cdot MP}{2}=\dfrac{OP\cdot d(M,OP)}{2}$ și, cum $OP=4\text{cm}$, $d(M,OP)=8\text{cm}$ și $MP=8\sqrt{2}\text{cm}$, obținem $ON=2\sqrt{2}\text{cm}$	**1p**