Prezenta lucrare conține _____ pagini

Numele:……..
……
Inițiala prenumelui tatălui: …….....
Prenumele:…….....
……
Școala de proveniență: …….....
……
Centrul de examen: .....
Localitatea: …….....
Județul: …….....

Nume şi prenume asistent	Semnătura

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2023 – 2024

Matematică

Model 2024

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ŞI LITERE)	NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p	**1.** Rezultatul calculului $3+2\cdot 5$ este egal cu: **a)** 25 **b)** 13 **c)** 10 **d)** 1
5p	**2.** Dacă $\frac{x}{2}=\frac{3}{4}$, atunci $4\cdot x$ este egal cu: **a)** $\frac{3}{2}$ **b)** $\frac{8}{3}$ **c)** 6 **d)** 12
5p	**3.** Soluția ecuației $2-x=2$ este numărul: **a)** -4 **b)** 0 **c)** 2 **d)** 4
5p	**4.** Cel mai mic element al mulțimii $A=\left\{\frac{1}{9},\frac{1}{99},\frac{1}{999},\frac{1}{9999}\right\}$ este: **a)** $\frac{1}{9}$ **b)** $\frac{1}{99}$ **c)** $\frac{1}{999}$ **d)** $\frac{1}{9999}$

5p **5.** Patru elevi, Andra, Marius, Ioana și David, au calculat produsul numerelor $a=\sqrt{5}$ și $b=\sqrt{20}$. Rezultatele obținute sunt prezentate în tabelul de mai jos:

Andra	Marius	Ioana	David
10	5	$2\sqrt{5}$	$\sqrt{10}$

Rezultatul corect a fost obținut de către:

a) Andra
b) Marius
c) Ioana
d) David

5p **6.** Alina afirmă că: „ În intervalul de numere reale $[-3,2]$ sunt 7 numere întregi.” Afirmația Alinei este:

a) adevărată
b) falsă

SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

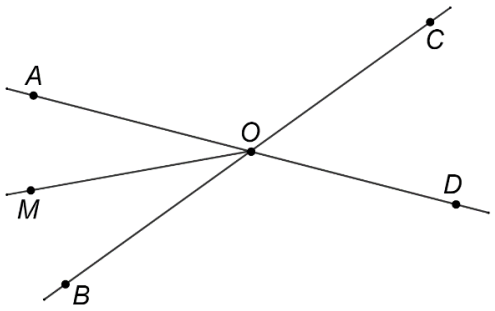
5p **1.** În figura alăturată sunt reprezentate punctele coliniare A, B, C și D, în această ordine, astfel încât $AB=BC=CD$, iar lungimea segmentului CD este egală cu $10\,\text{cm}$. Lungimea segmentului AD este egală cu:

a) $30\,\text{cm}$
b) $20\,\text{cm}$
c) $15\,\text{cm}$
d) $10\,\text{cm}$



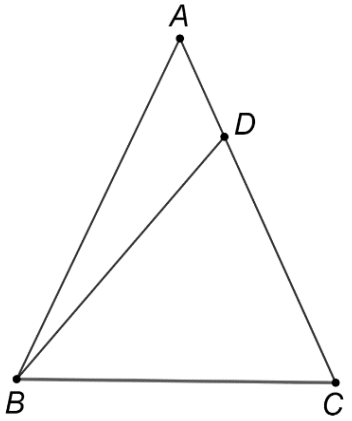
5p **2.** În figura alăturată sunt reprezentate unghiurile opuse la vârf AOB și COD, cu punctele A, O și D coliniare. Măsura unghiului AOB este egală cu $50°$ și OM este bisectoarea unghiului AOB. Măsura unghiului DOM este egală cu:

a) $25°$
b) $50°$
c) $130°$
d) $155°$



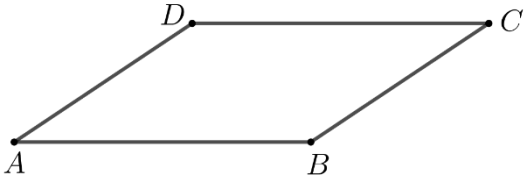
5p **3.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel ABC cu $AB=AC$ și $\sphericalangle BAC=50°$. Punctul D aparține segmentului AC, astfel încât $BD=BC$. Măsura unghiului BDC este egală cu:

a) $50°$
b) $65°$
c) $115°$
d) $130°$



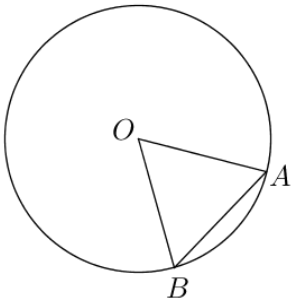
5p **4.** În figura alăturată este reprezentat paralelogramul $ABCD$ cu $AB=10\text{cm}$ și $BC=6\text{cm}$. Perimetrul paralelogramului $ABCD$ este egal cu:

a) 16cm
b) 24cm
c) 32cm
d) 40cm



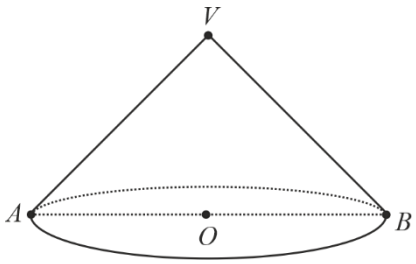
5p **5.** În figura alăturată este reprezentat cercul de centru O. Punctele A și B aparțin cercului, astfel încât măsura unghiului AOB este de $60°$ și $AB=10\text{cm}$. Lungimea cercului este egală cu:

a) $10\pi\text{cm}$
b) $20\pi\text{cm}$
c) $100\pi\text{cm}$
d) $200\pi\text{cm}$



5p **6.** În figura alăturată este reprezentat un con circular drept cu secțiunea axială triunghiul dreptunghic VAB. Înălțimea conului are lungimea egală cu $2\sqrt{2}\text{cm}$. Aria bazei conului este egală cu:

a) 8cm^2
b) 16cm^2
c) $8\pi\text{cm}^2$
d) $16\pi\text{cm}^2$



SUBIECTUL al III-lea

Scrieți rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p **1.** Mihai a cheltuit o sumă de bani în patru zile. În prima zi a cheltuit 20% din întreaga sumă, în a doua zi 30% din suma rămasă, în a treia zi cu 20 de lei mai mult decât a doua zi, iar în a patra zi a cheltuit ultimii 44 de lei.

(2p) a) Verifică dacă Mihai a cheltuit în a doua zi un sfert din întreaga sumă de bani. Justifică răspunsul dat.

(3p) b) Determină suma de bani cheltuită de Mihai, în total, în cele patru zile.

5p

2. Se consideră expresia $E(x)=\left(\frac{x}{9+3x}-\frac{2}{x+3}+\frac{3}{x^2+3x}\right):\left(\frac{x}{3}+\frac{3}{x}-2\right)$, unde x este un număr real, $x\neq -3$, $x\neq 0$ și $x\neq 3$.

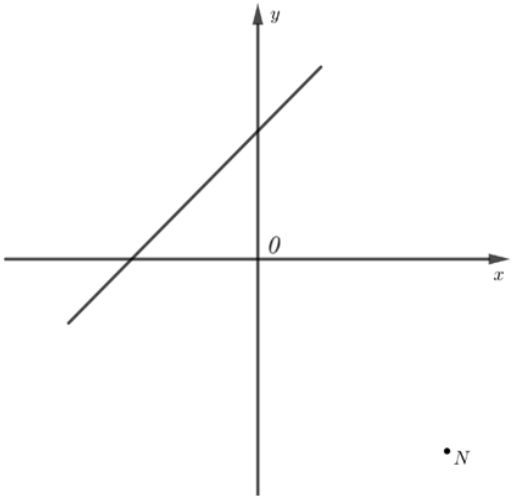
(2p) a) Arată că $\frac{x}{9+3x}-\frac{2}{x+3}+\frac{3}{x^2+3x}=\frac{(x-3)^2}{3x(x+3)}$, pentru orice număr real x, $x\neq -3$ și $x\neq 0$.

(3p) b) Determină numărul natural n pentru care $5\cdot E(n)$ este număr natural.

5p

3. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+2$.

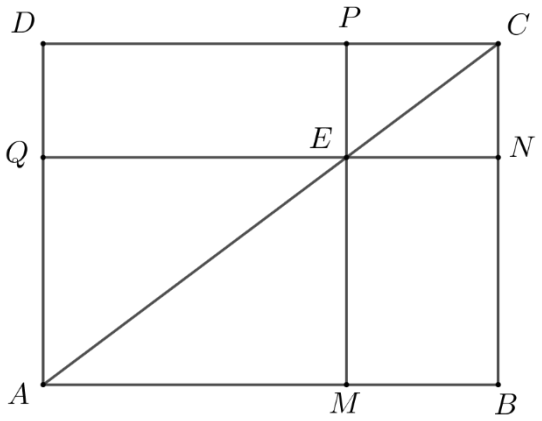
(2p) a) Arată că $2023\cdot f(-2)=0$.



(3p) b) Punctele A și B sunt punctele de intersecție a reprezentării geometrice a graficului funcției f cu axele Ox, respectiv Oy, ale sistemului de axe ortogonale xOy, iar punctul M este mijlocul segmentului AB. Arată că punctele N, O și M sunt coliniare, unde $N(3,-3)$.

5p **4.** În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $ABCD$ cu $AB=12\text{cm}$ și $BC=9\text{cm}$. Punctul E aparține segmentului AC, astfel încât $AE=10\text{cm}$. Prin E se duc dreptele QN și PM paralele cu dreptele AB, respectiv BC. Punctele M, N, P și Q aparțin segmentelor AB, BC, CD și respectiv AD.

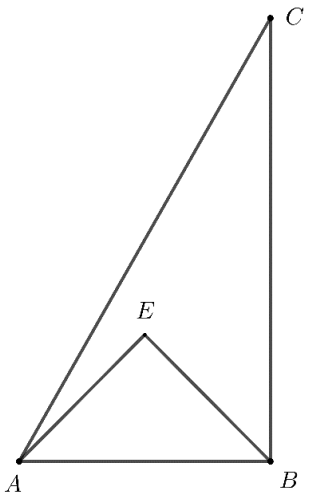
(2p) a) Arată că $AC=15\text{cm}$.



(3p) b) Arată că aria patrulaterului $AMEQ$ este de patru ori mai mare decât aria patrulaterului $CNEP$.

5p **5.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC, dreptunghic în B, cu $AB = 2\sqrt{2}$ cm, $BC = 2\sqrt{6}$ cm și triunghiul dreptunghic isoscel AEB cu $AE = EB$. Punctele E și C sunt de aceeași parte a dreptei AB.

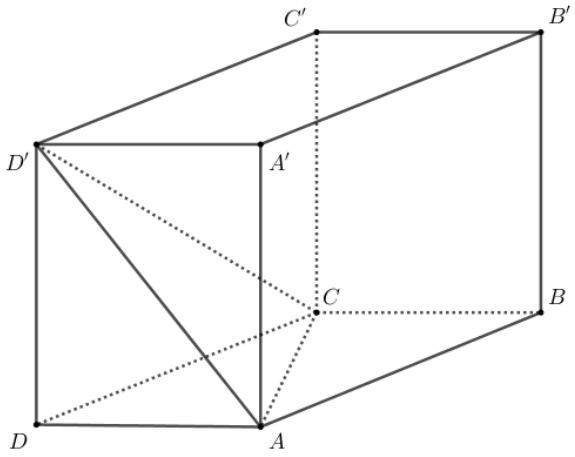
(2p) a) Arată că perimetrul triunghiului ABC este egal cu $2\sqrt{2}\left(3+\sqrt{3}\right)$ cm.



(3p) b) Calculează distanța de la punctul E la dreapta AC.

5p **6.** În figura alăturată este reprezentat paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB = AA' = 4\text{cm}$ și $BC = 2\text{cm}$.

(2p) a) Arată că aria totală a paralelipipedului dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ este egală cu 64cm^2.



(3p) b) Arată că dreapta NP este paralelă cu planul (ACD'), unde punctul N este proiecția punctului C' pe dreapta $B'D'$ și punctul P este proiecția punctului C' pe dreapta CB'.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul școlar 2023 - 2024
Matematică

Model

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	**b)**	**5p**
2.	**c)**	**5p**
3.	**b)**	**5p**
4.	**d)**	**5p**
5.	**a)**	**5p**
6.	**b)**	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)**	**5p**
2.	**d)**	**5p**
3.	**b)**	**5p**
4.	**c)**	**5p**
5.	**b)**	**5p**
6.	**c)**	**5p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $\frac{30}{100}\left(x-\frac{20}{100}\cdot x\right)=\frac{24x}{100}$ este suma cheltuită de Mihai în a doua zi, unde x reprezintă întreaga sumă de bani	**1p**
	$\frac{24x}{100}<\frac{25x}{100}=\frac{1}{4}\cdot x$, de unde obținem că Mihai nu a cheltuit în a doua zi un sfert din întreaga sumă de bani	**1p**
	b) $\frac{x}{5}+\frac{6x}{25}+\left(\frac{6x}{25}+20\right)+44=x$	**1p**
	$\frac{17x}{25}+64=x$	**1p**
	$x=200$ de lei	**1p**
2.	**a)** $\frac{x}{9+3x}-\frac{2}{x+3}+\frac{3}{x^2+3x}=\frac{x}{3(x+3)}-\frac{2}{x+3}+\frac{3}{x(x+3)}=$	**1p**
	$=\frac{x^2-6x+9}{3x(x+3)}=\frac{(x-3)^2}{3x(x+3)}$, pentru orice număr real x, $x\neq -3$ și $x\neq 0$	**1p**

	b) $\frac{x}{3}+\frac{3}{x}-2=\frac{x^2+9-6x}{3x}=\frac{(x-3)^2}{3x}$	**1p**
	$E(x)=\frac{(x-3)^2}{3x(x+3)}\cdot\frac{3x}{(x-3)^2}=\frac{1}{x+3}$, pentru orice număr real x, $x\neq -3$, $x\neq 0$, $x\neq 3$	**1p**
	$5\cdot E(n)=\frac{5}{n+3}$ este număr natural, deci $n+3=1$ sau $n+3=5$ şi, cum n este număr natural, obţinem $n=2$	**1p**
3.	**a)** $f(-2)=0$	**1p**
	$2023\cdot f(-2)=2023\cdot 0=0$	**1p**
	b) $A(-2,0)$ şi $B(0,2)$ sunt punctele de intersecţie a graficului funcţiei f cu axele Ox, respectiv Oy	**1p**
	În triunghiul dreptunghic isoscel AOB, OM mediană, deci OM bisectoare $\Rightarrow \sphericalangle MOB=45^\circ$	**1p**
	$NP\perp Ox$, $P\in Ox\Rightarrow P(3,0)$, iar $\sphericalangle MON=\sphericalangle MOB+\sphericalangle BOP+\sphericalangle PON=45^\circ+90^\circ+45^\circ=180^\circ$, de unde rezultă că punctele N, O şi M sunt coliniare	**1p**
4.	**a)** În triunghiul dreptunghic ABC, $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{12^2+9^2}=$	**1p**
	$=\sqrt{225}=15\text{cm}$	**1p**
	b) $QN\parallel AB\parallel CD$, $PM\parallel BC\parallel AD$ şi $\sphericalangle QAM=\sphericalangle PCN=90^\circ$, deci $AMEQ$ şi $CNEP$ sunt dreptunghiuri	**1p**
	$PC\parallel AM\Rightarrow \Delta PEC\sim\Delta MEA\Rightarrow \frac{PE}{ME}=\frac{PC}{AM}=\frac{EC}{EA}=\frac{1}{2}$	**1p**
	$ME=2\cdot PE$, $AM=2\cdot PC\Rightarrow \mathcal{A}_{AMEQ}=AM\cdot ME=4\cdot PC\cdot PE=4\cdot \mathcal{A}_{CNEP}$	**1p**
5.	**a)** În triunghiul dreptunghic ABC, $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=4\sqrt{2}\text{ cm}$	**1p**
	$P_{\Delta ABC}=AB+AC+BC=2\sqrt{2}+4\sqrt{2}+2\sqrt{6}=2\sqrt{2}\left(3+\sqrt{3}\right)\text{cm}$	**1p**
	b) EM mediană în triunghiul dreptunghic isoscel $AEB\Rightarrow EM=\frac{AB}{2}=\sqrt{2}\text{ cm}$, BE bisectoarea $\sphericalangle ABC$, $EM\perp AB$, $M\in AB$ şi $EN\perp BC$, $N\in BC$, de unde obţinem $EM=EN=\sqrt{2}\text{ cm}$	**1p**
	$\mathcal{A}_{\Delta AEC}=\mathcal{A}_{\Delta ABC}-\mathcal{A}_{\Delta AEB}-\mathcal{A}_{\Delta BEC}=\frac{AB\cdot BC}{2}-\frac{AB\cdot EM}{2}-\frac{BC\cdot EN}{2}=2\left(\sqrt{3}-1\right)\text{cm}^2$	**1p**
	$\mathcal{A}_{\Delta AEC}=\frac{AC\cdot EP}{2}$, unde $EP\perp AC, P\in AC$, de unde $EP=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}\text{cm}$	**1p**
6.	**a)** $\mathcal{A}_t=2\cdot\left(AB\cdot AA'+BC\cdot AA'+AB\cdot BC\right)=2\cdot(16+8+8)=$	**1p**
	$=2\cdot 32=64\text{cm}^2$	**1p**
	b) $\Delta B'C'D'\equiv\Delta B'C'C\Rightarrow B'D'=B'C$	**1p**
	În triunghiul $B'C'D'$ dreptunghic, $B'N=\frac{B'C'^2}{B'D'}$ şi în triunghiul $B'C'C$ dreptunghic, $B'P=\frac{B'C'^2}{B'C}$, de unde $B'N=B'P$	**1p**
	În triunghiul $B'D'C$, $\frac{B'N}{B'D'}=\frac{B'P}{B'C}\Rightarrow NP\parallel D'C$, $D'C\subset(ACD')\Rightarrow NP\parallel(ACD')$	**1p**