Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Simulare

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ cu $a_1=6$ și $a_2=8$. Calculați a_3.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x-9$. Determinați numărul real m pentru care punctul $A(m,3)$ aparține graficului funcției f.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x=2^{3x-2}$.

5p **4.** La o competiție sportivă 40% dintre concurenți sunt fete. Determinați numărul total de concurenți, știind că la competiție au participat 80 de fete.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,1)$, $B(1,3)$ și $C(a,a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a pentru care segmentele AB și OC au același mijloc.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AB=8\sqrt{3}$ și $BC=16$. Demonstrați că triunghiul AMC este echilateral, unde punctul M este mijlocul segmentului BC.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=3(xy-2x-2y)+14$.

5p **1.** Arătați că $3\circ 3=1\circ 1$.

5p **2.** Demonstrați că $x\circ 2=2$, pentru orice număr real x.

5p **3.** Arătați că $e=\dfrac{7}{3}$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”.

5p **4.** Determinați numerele reale x pentru care $x\circ x=5$.

5p **5.** Arătați că $x\circ y\geq 2$, pentru orice numere reale $x\geq 2$ și $y\geq 2$.

5p **6.** Demonstrați că, dacă m și n sunt numere naturale nenule și $m\circ n=8$, atunci $m+n=7$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}3 & 6\\ -1 & -2\end{pmatrix}$ și $X(a)=I_2+aA$, unde a este număr real.

5p **1.** Arătați că $\det A=0$.

5p **2.** Arătați că $A\cdot A=A$.

5p **3.** Determinați numerele reale a pentru care $\det(X(a))=2a^2$.

5p **4.** Demonstrați că $A\cdot X(a)=(a+1)A$, pentru orice număr real a.

5p **5.** Demonstrați că $X(m)\cdot X(n)=X(m+n+mn)$, pentru orice numere reale m și n.

5p **6.** Demonstrați că, dacă a și b sunt numere reale distincte pentru care $X(a)\cdot X(a)=X(b)\cdot X(b)$, atunci $a+b+2=0$.

Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$z_1+iz_2=3-i+i(1+i)=3-i+i+i^2=$	**3p**
	$=3+(-1)=2$	**2p**
2.	$f(a)=5-a$, $g(a+1)=a+3$	**2p**
	$5-a=a+3$, de unde obținem $a=1$	**3p**
3.	$4x-x^2=3$, de unde obținem $x^2-4x+3=0$	**3p**
	$x=1$ sau $x=3$, care convin	**2p**
4.	Cifra unităților se poate alege în 4 moduri	**2p**
	Pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor se poate alege în câte 3 moduri, deci se pot forma $4\cdot3=12$ numere	**3p**
5.	$C(4,0)$	**2p**
	$AC=\sqrt{4^2+3^2}=5$	**3p**
6.	$AC=4$	**2p**
	$AB=4\sqrt{3}$, deci $\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\dfrac{4\sqrt{3}\cdot4}{2}=8\sqrt{3}$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(0)=\begin{pmatrix}0&-3\\1&-2\end{pmatrix}\Rightarrow\det(A(0))=\begin{vmatrix}0&-3\\1&-2\end{vmatrix}=0\cdot(-2)-(-3)\cdot1=$	**3p**
	$=0+3=3$	**2p**
b)	$A(2)=\begin{pmatrix}2&3\\-1&4\end{pmatrix}$, $A(5)=\begin{pmatrix}5&12\\-4&13\end{pmatrix}$, $A(2)\cdot A(0)+A(5)=\begin{pmatrix}3&-12\\4&-5\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}5&12\\-4&13\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8&0\\0&8\end{pmatrix}=8I_2$	**3p**
	$8I_2=mI_2$, de unde obținem $m=8$	**2p**
c)	$A(1-x)=\begin{pmatrix}1-x&-3x\\x&1-3x\end{pmatrix}$, $A(x)-A(0)\cdot A(1-x)=\begin{pmatrix}4x&-6x\\2x&0\end{pmatrix}$, de unde obținem $\det(A(x)-A(0)\cdot A(1-x))=12x^2$, pentru orice număr real x	**3p**
	$12x^2=3$, de unde obținem $x=-\dfrac{1}{2}$ sau $x=\dfrac{1}{2}$	**2p**
2.a)	$1\circ8=1+8+1-\sqrt{1\cdot8+1}=$	**3p**
	$=10-3=7$	**2p**
b)	$x\circ\dfrac{3}{x}=x+\dfrac{3}{x}-1$, pentru orice $x\in M$	**3p**
	$x+\dfrac{3}{x}-1=x$, de unde obținem $x=3$, care convine	**2p**

c)	$n\circ(n+2)=n+2$, $(n\circ(n+2))\circ(n+4)=n+4$, pentru orice număr natural nenul n	**3p**
	$n+4>\frac{n^2}{2}$ și, cum n este număr natural nenul, obținem $n=1$ sau $n=2$ sau $n=3$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\left(3x^2+4x\right)e^x+\left(x^3+2x^2\right)e^x=$	**3p**
	$=\left(x^3+5x^2+4x\right)e^x=x\left(x^2+5x+4\right)e^x$, $x\in\mathbb{R}$	**2p**
b)	$f(0)=0$, $f'(0)=0$	**2p**
	Ecuația tangentei este $y-f(0)=f'(0)(x-0)$, adică $y=0$	**3p**
c)	$f'(x)=0\Leftrightarrow x=-4$ sau $x=-1$ sau $x=0$; pentru $x\in[-4,-1]\Rightarrow f'(x)\geq 0$, deci f este crescătoare pe $[-4,-1]$ și pentru $x\in[-1,0]\Rightarrow f'(x)\leq 0$, deci f este descrescătoare pe $[-1,0]$	**2p**
	$f(-4)=-\frac{32}{e^4}$, $f(-1)=\frac{1}{e}$ și $f(0)=0$, deci $-\frac{32}{e^4}\leq f(x)\leq\frac{1}{e}$, de unde obținem $-\frac{32}{e^{x+4}}\leq x^2(x+2)\leq\frac{1}{e^{x+1}}$, pentru orice $x\in[-4,0]$	**3p**
2.a)	$\int_1^2\left(f(x)+\frac{2}{x+1}\right)dx=\int_1^2 3x^2dx=x^3\Big\vert_1^2=$	**3p**
	$=8-1=7$	**2p**
b)	$\int_1^5\left(3x^2-f(x)\right)dx=\int_1^5\frac{2}{x+1}dx=2\int_1^5\frac{(x+1)'}{x+1}dx=2\ln(x+1)\Big\vert_1^5=$	**3p**
	$=2\ln 6-2\ln 2=2\ln 3$	**2p**
c)	$\int_1^4\left(a+bg(x)\right)g'(x)dx=\int_1^4 ag'(x)dx+\int_1^4 bg(x)g'(x)dx=ag(x)\Big\vert_1^4+\frac{bg^2(x)}{2}\Big\vert_1^4=$	**3p**
	$=a\left(g(4)-g(1)\right)+\frac{b}{2}\left(g^2(4)-g^2(1)\right)$, pentru orice numere reale a și b	
	$g(1)=f(0)=-2$, $g(4)=f(1)=2$, deci $\int_1^4\left(a+bg(x)\right)g'(x)dx=4a$, pentru orice numere reale a și b	**2p**