Examenul național de bacalaureat 2023
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Sesiunea varã 2023

Varianta 1

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\sqrt{25}+\sqrt{64}-\sqrt{169}=0$.

5p **2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+2$, și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x^2+2$. Determinați numerele naturale n pentru care $f(n)\geq g(n)$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2+\log_3(2x-1)=\log_3 27$.

5p **4.** Prețul unui obiect este de 150 de lei. Determinați prețul obiectului după ce se scumpește de două ori, succesiv, cu câte 20%.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,4)$ și $M(3,6)$. Determinați coordonatele punctului B, știind că punctul M este mijlocul segmentului AB.

5p **6.** Arătați că $\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sin 60^\circ-\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\cos 30^\circ\cdot\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=x+y-4$.

5p **1.** Arătați că $2*(-2)=-4$.

5p **2.** Arătați că legea de compoziție „$*$” este asociativă.

5p **3.** Arătați că $1*2*3*4*5*6>0$.

5p **4.** Determinați numărul real x pentru care $x*x*x=(x+1)*x$.

5p **5.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x*2^x=2$.

5p **6.** Arătați că $x^2*\frac{1}{x^2}\geq -2$, pentru orice număr real nenul x.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & -1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & -1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

5p **1.** Arătați că $\det A=-1$.

5p **2.** Arătați că $A\cdot A-B\cdot B=O_2$.

5p **3.** Determinați numărul real x pentru care $\det(A\cdot A-xI_2)=0$.

5p **4.** Determinați numărul real x pentru care $A-B-xI_2=\begin{pmatrix}-2 & -2\\ 1 & -2\end{pmatrix}$.

5p **5.** Determinați numerele reale a pentru care $\det(a(A+B))=-6$.

5p **6.** Rezolvați în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuația $A\cdot X=B$.

Examenul național de bacalaureat 2023
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 1

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{25}+\sqrt{64}-\sqrt{169}=5+8-13=$	**3p**
	$=13-13=0$	**2p**
2.	$2n+2\geq n^2+2$	**2p**
	$2n\geq n^2$ și, cum n este număr natural, obținem $n=0$ sau $n=1$ sau $n=2$	**3p**
3.	$\log_3(2x-1)=1$, de unde obținem $2x-1=3$	**3p**
	$x=2$, care convine	**2p**
4.	După prima scumpire cu 20%, prețul obiectului este $150+\frac{20}{100}\cdot 150=180$ de lei	**2p**
	După a doua scumpire cu 20%, prețul obiectului este $180+\frac{20}{100}\cdot 180=216$ lei	**3p**
5.	M mijlocul segmentului $AB\Rightarrow 3=\frac{0+x_B}{2}$, $6=\frac{4+y_B}{2}$	**3p**
	$x_B=6$, $y_B=8$	**2p**
6.	$\sin 60^o=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 30^o=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 60^o=\frac{1}{2}$	**3p**
	$\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{4}-\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$2*(-2)=2+(-2)-4=$	**3p**
	$=0-4=-4$	**2p**
2.	$(x*y)*z=(x+y-4)*z=(x+y-4)+z-4=x+y+z-8$, pentru orice numere reale x, y și z	**2p**
	$x*(y*z)=x*(y+z-4)=x+(y+z-4)-4=x+y+z-8=(x*y)*z$, pentru orice numere reale x, y și z, deci legea de compoziție „$*$” este asociativă	**3p**
3.	$(1*2*3)*(4*5*6)=(-2)*7=$	**3p**
	$=-2+7-4=1>0$	**2p**
4.	$x*x*x=3x-8$, $(x+1)*x=2x-3$, pentru orice număr real x	**2p**
	$3x-8=2x-3$, de unde obținem $x=5$	**3p**
5.	$4^x*2^x=4^x+2^x-4$, pentru orice număr real x	**2p**
	$4^x+2^x-6=0\Leftrightarrow(2^x-2)(2^x+3)=0$, de unde obținem $x=1$	**3p**
6.	$x^2+\frac{1}{x^2}-4\geq -2\Leftrightarrow x^2+\frac{1}{x^2}-2\geq 0$, pentru orice număr real nenul x	**2p**
	$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2\geq 0$, deci $x^2*\frac{1}{x^2}\geq -2$, pentru orice număr real nenul x	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1) - 0 \cdot 1 =$	**3p**
	$= -1 - 0 = -1$	**2p**
2.	$A \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	**2p**
	Cum $B \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, obținem $A \cdot A - B \cdot B = O_2$	**3p**
3.	$A \cdot A - xI_2 = \begin{pmatrix} 1-x & 0 \\ 0 & 1-x \end{pmatrix}$, deci $\det(A \cdot A - xI_2) = (1-x)^2$, pentru orice număr real x	**3p**
	$(1-x)^2 = 0$, de unde obținem $x = 1$	**2p**
4.	$A - B - xI_2 = \begin{pmatrix} -x & -2 \\ 1 & -x \end{pmatrix}$, pentru orice număr real x	**3p**
	$\begin{pmatrix} -x & -2 \\ 1 & -x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$, de unde obținem $x = 2$	**2p**
5.	$a(A+B) = \begin{pmatrix} 2a & 2a \\ a & -2a \end{pmatrix}$, deci $\det(a(A+B)) = -6a^2$, pentru orice număr real a	**3p**
	$-6a^2 = -6$, de unde obținem $a = -1$ sau $a = 1$	**2p**
6.	$A^{-1} = A \Rightarrow X = A \cdot B$	**3p**
	$X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$	**2p**