**Prezenta lucrare conține _____ pagini**

**Numele:**……...
……
**Inițiala prenumelui tatălui:** …….....
**Prenumele:**…….....
……..……..……
**Școala de proveniență:** …….....
……
**Centrul de examen:** .....
**Localitatea**: …….....
**Județul:** …….....

| Nume şi prenume asistent | Semnătura |
|---|---|
| | |
| | |
| | |
| | |

# EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

## Anul școlar 2021 – 2022

## Matematică

| A | COMISIA DE EVALUARE | NOTA (CIFRE ŞI LITERE) | NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI | SEMNĂTURA |
|---|---|---|---|---|
| | EVALUATOR I | | | |
| | EVALUATOR II | | | |
| | EVALUATOR III | | | |
| | EVALUATOR IV | | | |
| | NOTA FINALĂ | | | |

| B | COMISIA DE EVALUARE | NOTA (CIFRE ŞI LITERE) | NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI | SEMNĂTURA |
|---|---|---|---|---|
| | EVALUATOR I | | | |
| | EVALUATOR II | | | |
| | EVALUATOR III | | | |
| | EVALUATOR IV | | | |
| | NOTA FINALĂ | | | |

| C | COMISIA DE EVALUARE | NOTA (CIFRE ŞI LITERE) | NUMELE ŞI PRENUMELE PROFESORULUI | SEMNĂTURA |
|---|---|---|---|---|
| | EVALUATOR I | | | |
| | EVALUATOR II | | | |
| | EVALUATOR III | | | |
| | EVALUATOR IV | | | |
| | NOTA FINALĂ | | | |

[redacted]

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

## SUBIECTUL I

***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

| | |
|---|---|
| **5p** | **1.** Diferența dintre numărul 21 și cel mai mic număr prim este egală cu:<br>**a)** 18<br>**b)** 19<br>**c)** 20<br>**d)** 21 |
| **5p** | **2.** Numărul natural nenul $x$ pentru care $\frac{1}{x}=1$ este egal cu:<br>**a)** $-1$<br>**b)** 1<br>**c)** 2<br>**d)** 3 |
| **5p** | **3.** Media aritmetică a numerelor întregi din intervalul $(-3,4]$ este egală cu:<br>**a)** 0<br>**b)** $\frac{1}{2}$<br>**c)** $\frac{4}{7}$<br>**d)** 1 |
| **5p** | **4.** Mulțimea valorilor naturale ale lui $x$ pentru care $\frac{6}{x+1}$ este număr natural este:<br>**a)** $\{-7,-4,-3,-2,0,1,2\}$<br>**b)** $\{0,1,2,3,5\}$<br>**c)** $\{0,1,2,5\}$<br>**d)** $\{1,2,5\}$ |

**5p** **5.** Andrei, Dina, Matei și Nora calculează diferența dintre cel mai mare și cel mai mic dintre numerele reale $x = 7 - 4\sqrt{3}$ și $y = 7 + 4\sqrt{3}$. Rezultatele obținute de ei sunt trecute în tabelul următor:

| | |
|---|---|
| Andrei | $-8\sqrt{3}$ |
| Dina | 0 |
| Matei | $8\sqrt{3}$ |
| Nora | 14 |

Dintre cei patru elevi, cel care a calculat corect diferența este:

**a)** Andrei

**b)** Dina

**c)** Matei

**d)** Nora

**5p** **6.** Adrian are 150 de lei, iar Bogdan are 100 de lei. Adrian afirmă: „Dacă Bogdan mi-ar da jumătate din suma lui, atunci aș avea dublul sumei care i-ar rămâne lui Bogdan.” Afirmația lui Adrian este:

**a)** adevărată

**b)** falsă

**SUBIECTUL al II-lea**

***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

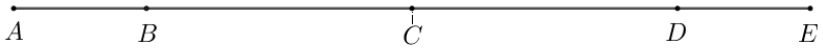
**5p** **1.** În figura alăturată sunt reprezentate punctele distincte coliniare $A, B, C, D$ și $E$, astfel încât punctul $C$ este și mijlocul segmentului $AE$ și mijlocul segmentului $BD$. Dacă $BC = 2 \cdot AB$, atunci numărul perechilor de segmente congruente, determinate de punctele date, este egal cu:

**a)** 1

**b)** 2

**c)** 3

**d)** 4



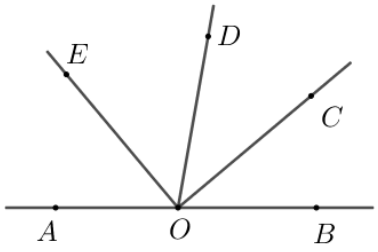

**5p** **2.** În figura alăturată sunt reprezentate punctele coliniare $A, O$ și $B$. Punctele $C, D$ și $E$ sunt situate de aceeași parte a dreptei $AB$, astfel încât semidreapta $OC$ este bisectoarea unghiului $DOB$. Dreptele $OE$ și $OC$ sunt perpendiculare și măsura unghiului $DOE$ este de $50°$. Măsura unghiului $AOE$ este egală cu:

**a)** 30°

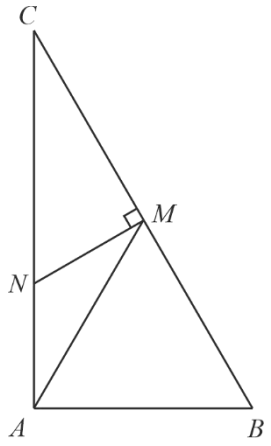
**b)** 40°

**c)** 50°

**d)** 100°



**5p** **3.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul $ABC$ dreptunghic în $A$. Punctul $M$ este mijlocul segmentului $BC$, iar $AM = 3\,\text{cm}$. Măsura unghiului $C$ este egală cu $30°$, iar dreptele $MN$ și $BC$ sunt perpendiculare. Lungimea segmentului $MN$ este egală cu:



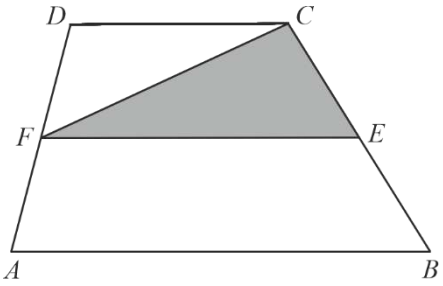

**a)** $\frac{\sqrt{3}}{2}\,\text{cm}$

**b)** $1{,}5\,\text{cm}$

**c)** $\sqrt{3}\,\text{cm}$

**d)** $3\,\text{cm}$

**5p** **4.** Figura alăturată reprezintă schița unui teren în formă de trapez $ABCD$ cu suprafața de $424\,\text{m}^2$. Dacă $EF$ este linia mijlocie a trapezului $ABCD$, atunci aria triunghiului $CEF$ este:



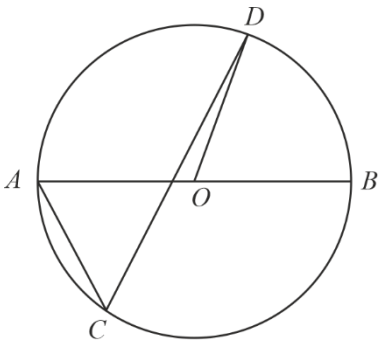

**a)** $53\,\text{m}^2$

**b)** $106\,\text{m}^2$

**c)** $207\,\text{m}^2$

**d)** $212\,\text{m}^2$

**5p** **5.** Punctele $A, B, C$ și $D$ sunt situate pe un cerc de centru $O$, astfel încât punctele $A$ și $B$ sunt diametral opuse, segmentele $AB$ și $CD$ sunt concurente, iar măsura unghiului $DOB$ este de $70°$. Măsura unghiului $ACD$ este egală cu:



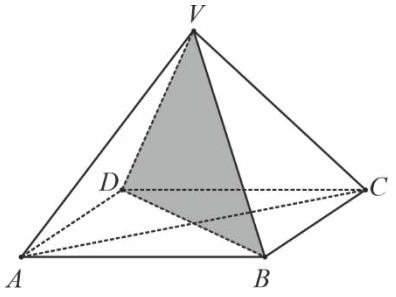

**a)** $55°$

**b)** $70°$

**c)** $110°$

**d)** $180°$

**5p** **6.** În figura alăturată este reprezentată o piramidă regulată $VABCD$, cu baza pătratul $ABCD$. Dacă triunghiul $VBD$ este echilateral și $AB = \sqrt{2}\,\text{dm}$, atunci suma lungimilor muchiilor laterale ale piramidei este egală cu:




**a)** $8\,\text{dm}$

**b)** $8\sqrt{2}\,\text{dm}$

**c)** $4\sqrt{2}\,\text{dm}$

**d)** $6\,\text{dm}$

## SUBIECTUL al III-lea

***Scrie rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

**5p**

**1.** Într-un bloc de locuințe sunt 110 camere, repartizate în 40 de apartamente cu 2, respectiv cu 3 camere.

**(2p) a)** Este posibil ca numărul apartamentelor cu două camere din acel bloc să fie egal cu numărul apartamentelor cu trei camere? Justifică răspunsul dat.

**(3p) b)** Determină numărul apartamentelor cu 2 camere din acest bloc.

**5p**

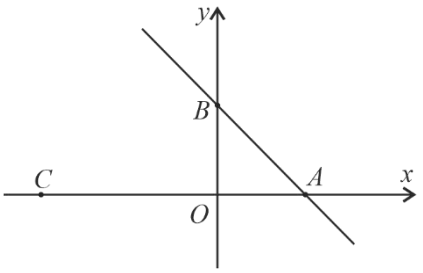
**2.** Se consideră expresia $E(x)=\left(-x+x^2\right)^2+4x^3$, unde $x$ este număr real.

**(2p) a)** Arată că $E(-1)=E(0)$.

**(3p) b)** Determină numărul natural nenul $n$, știind că $\frac{1}{\sqrt{E(1)}}+\frac{1}{\sqrt{E(2)}}+\frac{1}{\sqrt{E(3)}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{E(n)}}=\frac{2021}{2022}$.

**3.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2-x$.

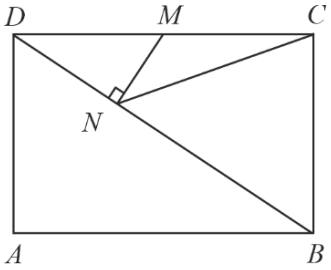
**(2p) a)** Calculează $\dfrac{f(0)-f(2)}{2}$.




**(3p) b)** Știind că $A$ și $B$ sunt punctele de intersecție a reprezentării grafice a funcției $f$ cu axele $Ox$, respectiv $Oy$ ale sistemului de axe ortogonale $xOy$, determină distanța dintre punctul $C(-4,0)$ și mijlocul segmentului $AB$.

**5p** **4.** În figura alăturată este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 8\,\text{cm}$ și $AD = 6\,\text{cm}$. Punctul $M$ este mijlocul laturii $CD$, iar punctul $N$ se află pe $BD$, astfel încât dreptele $MN$ și $BD$ sunt perpendiculare.

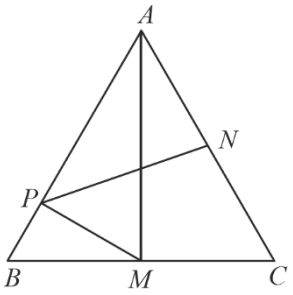
**(2p) a)** Calculează perimetrul triunghiului $ABD$.




**(3p) b)** Arată că aria triunghiului $BCN$ este $16{,}32\,\text{cm}^2$.

**5p** **5.** În figura alăturată este reprezentat un triunghi echilateral $ABC$, cu $AB = 8\,\text{cm}$. Punctele $M$ și $N$ sunt mijloacele segmentelor $BC$, respectiv $AC$, iar punctul $P$ se află pe latura $AB$, astfel încât dreptele $MP$ și $AB$ sunt perpendiculare.

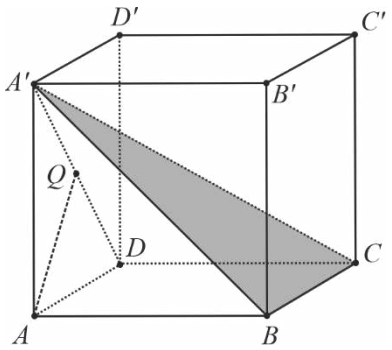
**(2p) a)** Arată că $BP = 2\,\text{cm}$.




**(3p) b)** Arată că lungimea segmentului $PN$ este mai mare decât $3\sqrt{3}\,\text{cm}$.

**5p** **6.** În figura alăturată este reprezentat cubul $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB = 6\,\text{cm}$.

**(2p) a)** Arată că volumul cubului este mai mare decât $0,2$ litri.




**(3p) b)** Calculează unghiul dintre dreapta $AQ$ și planul $(A'BC)$, unde punctul $Q$ este mijlocul segmentului $A'D$.

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**
**Anul şcolar 2021 - 2022**
**Matematică**

**Testul 4**

## BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

**SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:**

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

**SUBIECTUL al III-lea**

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | **b)** | **5p** |
| **2.** | **b)** | **5p** |
| **3.** | **d)** | **5p** |
| **4.** | **c)** | **5p** |
| **5.** | **c)** | **5p** |
| **6.** | **b)** | **5p** |

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | **d)** | **5p** |
| **2.** | **c)** | **5p** |
| **3.** | **c)** | **5p** |
| **4.** | **b)** | **5p** |
| **5.** | **a)** | **5p** |
| **6.** | **a)** | **5p** |

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | **a)** În 20 de apartamente cu 2 camere și 20 de apartamente cu 3 camere sunt în total 100 de camere | **1p** |
| | Cum $100 \neq 110$, deducem că nu este posibil ca în acest bloc, numărul apartamentelor cu 2 camere să fie egal cu numărul apartamentelor cu 3 camere | **1p** |
| | **b)** $x+y=40$, $2x+3y=110$, unde $x$ este numărul apartamentelor cu 2 camere, iar $y$ este numărul apartamentelor cu 3 camere | **1p** |
| | $2x+3\cdot(40-x)=110$ | **1p** |
| | $x=10$ | **1p** |
| **2.** | **a)** $E(-1)=0$ | **1p** |
| | $E(0)=0 \Rightarrow E(-1)=E(0)$ | **1p** |
| | **b)** $E(x)=x^2-2x^3+x^4+4x^3=x^4+2x^3+x^2=\left(x^2+x\right)^2$ | **1p** |
| | $\sqrt{E(n)}=n^2+n=n(n+1)$, pentru orice număr natural $n$. | **1p** |
| | $\frac{1}{\sqrt{E(1)}}+\frac{1}{\sqrt{E(2)}}+\frac{1}{\sqrt{E(3)}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{E(n)}}=\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{n\cdot(n+1)}=\frac{n}{n+1}\Rightarrow n=2021$ | **1p** |

| | | |
|---|---|---|
| **3.** | **a)** $f(0)=2$ | **1p** |
| | $f(2)=0 \Rightarrow \dfrac{f(0)-f(2)}{2}=1$ | **1p** |
| | **b)** Punctele de intersecție ale reprezentării grafice a funcției $f$ cu axele $Ox$, respectiv $Oy$ sunt $A(2,0)$ și $B(0,2)$ | **1p** |
| | $M$ mijlocul segmentului $AB, ME \parallel OB, E \in Ox \Rightarrow ME=\dfrac{OB}{2}=1$ | **1p** |
| | $CM=\sqrt{CE^2+EM^2}=\sqrt{26}$ cm | **1p** |
| **4.** | **a)** În triunghiul $ABD$ dreptunghic în $A$, $BD=\sqrt{AB^2+AD^2}=10$ cm | **1p** |
| | Perimetrul triunghiului $ABD$ este $24$ cm | **1p** |
| | **b)** $\Delta MND \sim \Delta BCD \Rightarrow \dfrac{\mathcal{A}_{\Delta MND}}{\mathcal{A}_{\Delta BCD}}=\left(\dfrac{DM}{BD}\right)^2=\dfrac{4}{25} \Rightarrow \mathcal{A}_{\Delta MND}=\dfrac{4}{25}\mathcal{A}_{\Delta BCD}$ | **1p** |
| | $A_{\Delta BCD}=24\,\text{cm}^2$, $M$ este mijlocul segmentului $CD$, deci $\mathcal{A}_{\Delta CMN}=\mathcal{A}_{\Delta MND}=\dfrac{96}{25}\,\text{cm}^2=3{,}84\,\text{cm}^2$ | **1p** |
| | $\mathcal{A}_{\Delta BCN}=\mathcal{A}_{\Delta BCD}-2\mathcal{A}_{\Delta MND}=24-7{,}68=16{,}32\,\text{cm}^2$ | **1p** |
| **5.** | **a)** Triunghiul $BMP$ este dreptunghic cu $\sphericalangle BPM=90°$ și $\sphericalangle BMP=30°$ | **1p** |
| | $BP=\dfrac{BM}{2}=2$ cm | **1p** |
| | **b)** $MN=\dfrac{AC}{2}=4$ cm, $MP=\sqrt{BM^2-BP^2}=2\sqrt{3}$ cm | **1p** |
| | Măsura unghiului $PMN$ este $180°-(30°+60°)=90°$, deci triunghiul $PMN$ este dreptunghic în $M$, iar $PN=\sqrt{PM^2+PN^2}=2\sqrt{7}$ cm | **1p** |
| | $2\sqrt{7}>3\sqrt{3} \Leftrightarrow 28>27 \Rightarrow PN>3\sqrt{3}$ cm | **1p** |
| **6.** | **a)** $V_{cub}=216\,\text{cm}^3$ | **1p** |
| | $V_{cub}=0{,}216\,\text{dm}^3=0{,}216\,l>0{,}2\,l$. | **1p** |
| | **b)** $A'D' \subset (A'BC)$ și $A'D' \perp (ABB')$, deci $(A'BC) \perp (ABB')$ și $AM \perp (A'BC)$, unde $M$ este mijlocul segmentului $A'B$ | **1p** |
| | Dreptele $AQ$ și $AD'$ coincid, iar proiecția dreptei $AD'$ pe planul $(A'BC)$ este dreapta $MD'$, deci $\sphericalangle(AQ,(A'BC))=\sphericalangle(AD',MD')=\sphericalangle AD'M$ | **1p** |
| | Din triunghiul $AD'M$ $(\sphericalangle AMD'=90°)$, deoarece $AD'=2AM$, rezultă $\sphericalangle AD'M=30°$ | **1p** |