MINISTERUL EDUCAȚIEI

CENTRUL NAȚIONAL DE POLITICI ȘI EVALUARE ÎN EDUCAȚIE

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul şcolar 2020 - 2021

Matematică

Testul 13

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p **1.** Suma tuturor numerelor naturale, care sunt divizori ai numărului 20, este egală cu:

a) 8
b) 20
c) 21
d) 42

5p **2.** Știind că a și b sunt numere reale și $\frac{a}{2}=\frac{b}{3}$, rezultatul calculului $1,5\cdot a-b$ este egal cu:

a) $-0,5$ **b)** 0 **c)** $1,5$ **d)** $3,5$

5p **3.** Două turnuri au înălțimile de $120\,\text{m}$, respectiv $10\,\text{dam}$. Diferența pozitivă a înălțimilor celor două turnuri este egală cu:

a) $119\,\text{m}$
b) $110\,\text{m}$
c) $20\,\text{m}$
d) $2\,\text{m}$

5p **4.** Se consideră numărul rațional $1,(3)$. Aproximarea prin lipsă la sutimi a acestui număr este egală cu:

a) $1,30$
b) $1,33$
c) $1,34$
d) $1,40$

5p **5.** Se consideră numărul real $a=-\left(3+2\sqrt{2}\right)\left(3-2\sqrt{2}\right)$. Patru elevi au calculat a^{2021} și au scris rezultatele în tabelul următor.

Andrei	0
Valentina	1
Mihai	-1
Rada	2021

Dintre cei patru elevi, cel care a scris rezultatul corect este:

a) Andrei
b) Valentina
c) Mihai
d) Rada

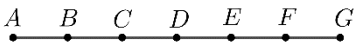
5p **6.** Un biciclist s-a deplasat cu viteza de 15 km/h pe o distanță de 6 km. Un pieton s-a deplasat cu viteza de $3\,\text{km/h}$ pe o distanță de 1 km. Afirmația „Timpul de deplasare a biciclistului este egal cu timpul de deplasare a pietonului.” este:

a) adevărată
b) falsă

SUBIECTUL al II-lea

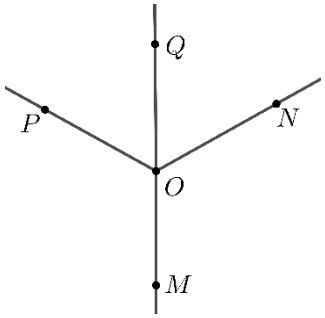
Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p **1.** În figura alăturată sunt reprezentate, în această ordine, punctele coliniare A, B, C, D, E, F și G, astfel încât $AB = BC = CD = DE = EF = FG = 2$ cm. Distanța dintre simetricul punctului E față de punctul C și simetricul punctului E față de punctul F este egală cu:



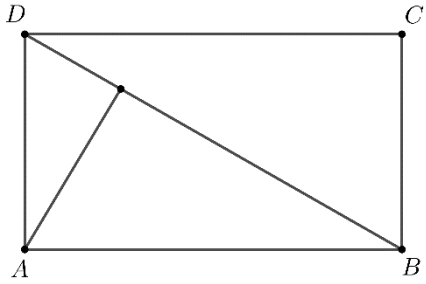
a) 6 cm
b) 8 cm
c) 10 cm
d) 12 cm

5p **2.** În figura alăturată $\sphericalangle MON$, $\sphericalangle NOP$ și $\sphericalangle POM$ sunt unghiuri congruente în jurul punctului O, iar semidreapta OQ este bisectoarea unghiului $\sphericalangle NOP$. Măsura complementului unghiului POQ este egală cu:



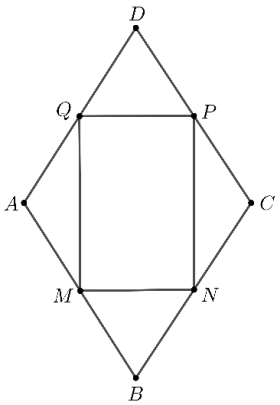
a) 30°
b) 45°
c) 60°
d) 90°

5p **3.** În figura alăturată dreptunghiul $ABCD$ reprezintă schița unui parc în care $AB = 40$ m și $BD = 2 \cdot AD$. Știind că în vârful A este plantat un copac, distanța de la baza copacului la aleea BD este egală cu:

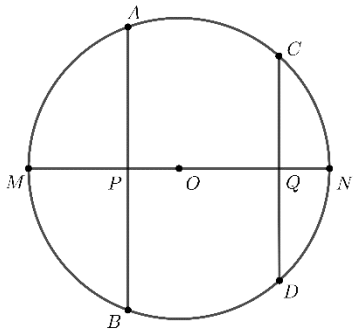


a) 10 m
b) 20 m
c) 25 m
d) 30 m

5p **4.** Figura alăturată reprezintă schița unei grădini având forma unui romb $ABCD$ cu $AB = 100$ m și $\sphericalangle ABC = 60°$. Pe suprafața delimitată de patrulaterul $MNPQ$, ale cărui vârfuri sunt mijloacele laturilor rombului dat, sunt cultivate flori, iar restul suprafeței grădinii este acoperit cu gazon. Aria suprafeței grădinii, acoperite de gazon, este egală cu:



a) $50\sqrt{3}\,\text{m}^2$
b) $250\sqrt{3}\,\text{m}^2$
c) $500\sqrt{3}\,\text{m}^2$
d) $2500\sqrt{3}\,\text{m}^2$

5p	**5.** În figura alăturată AB și CD sunt două coarde perpendiculare pe diametrul MN al cercului de centru O, acestea intersectând MN în punctele P, respectiv Q, astfel încât $OP < OQ$. Patrulaterul convex $ABCD$ reprezintă: **a)** un trapez dreptunghic **b)** un trapez isoscel **c)** un dreptunghi **d)** un pătrat 
5p	**6.** Mihai are la dispoziție 216 cubulețe cu muchia de $10\,\text{cm}$, pe care le lipește obținând un cub ale cărui fețe le vopsește. Volumul total al cubulețelor care au exact 3 fețe vopsite este egal cu: **a)** $3\ \text{dm}^3$ **b)** $4\ \text{dm}^3$ **c)** $6\ \text{dm}^3$ **d)** $8\ \text{dm}^3$

SUBIECTUL al III-lea

Scrieți rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p	**1.** Mihai și Ana rezolvă probleme din ultimul număr publicat al revistei *Gazeta Matematică*. Se știe că Ana a rezolvat cu două probleme mai mult decât Mihai. **(2p) a)** Dacă problemele rezolvate de cei doi sunt diferite, este posibil ca numărul total de probleme rezolvate de Mihai și Ana să fie 15? Justifică răspunsul. **(3p) b)** Știind că numărul problemelor rezolvate de Mihai reprezintă $\frac{3}{4}$ din numărul problemelor rezolvate de Ana, determină numărul problemelor rezolvate de Ana.

5p

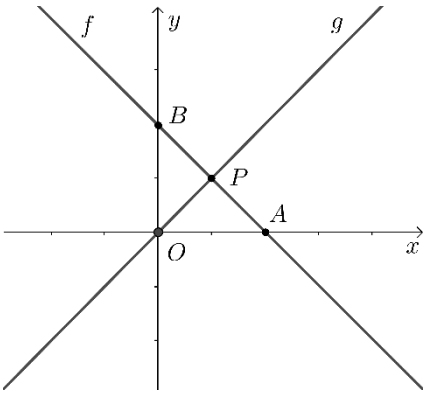
2. Se consideră expresia $E(x)=(2x+1)^2+(2x-1)^2-4\left(2x^2-1\right)$, unde x este număr real.

(2p) a) Calculează $E(10)$.

(3p) b) Determină cel mai mic număr natural nenul n pentru care $n\cdot E(10)\cdot E(11)\cdot ...\cdot E(100)$ este pătratul unui număr natural.

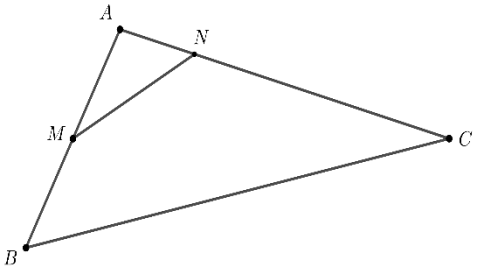
5p **3.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-x+2$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x$.

(2p) a) Argumentează că $P(1,1)$ este punctul de intersecție al reprezentărilor geometrice ale graficelor celor două funcții.



(3p) b) Calculează distanța de la originea $O(0,0)$ a sistemului de axe ortogonale *xOy* la reprezentarea geometrică a graficului funcției f.

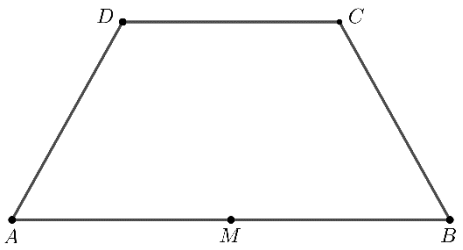
5p **4.** În figura alăturată este reprezentat un triunghi ABC cu $AB=6\text{cm}$, $AC=9\text{cm}$ și $BC=12\text{cm}$, iar M este mijlocul segmentului AB și N este un punct ce aparține segmentului AC, astfel încât $\sphericalangle ABC \equiv \sphericalangle ANM$.



(2p) a) Arată că perimetrul triunghiului AMN este egal cu 9cm.

(3p) b) Demonstrează că aria patrulaterului $BMNC$ reprezintă $\frac{8}{9}$ din aria triunghiului ABC.

5p **5.** În figura alăturată este reprezentat trapezul isoscel $ABCD$ cu $AB \| CD$. Punctul M este mijlocul bazei mari AB și $AM = AD = CD = 12$ cm.

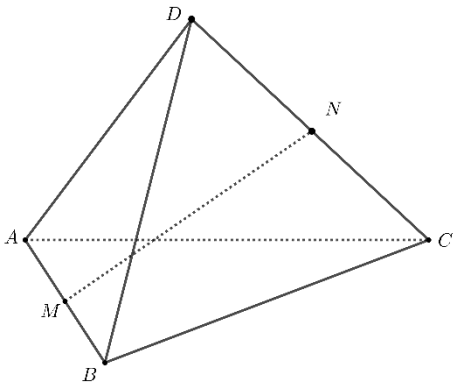


(**2p**) **a)** Arată că aria trapezului $ABCD$ este egală cu $108\sqrt{3}$ cm^2.

(3p) b) Demonstrează că bisectoarea unghiului BAD este perpendiculară pe dreapta BC.

5p **6.** O cutie de bomboane de forma unui tetraedru regulat $ABCD$, cu muchia de lungime $12\,\text{cm}$, este reprezentată în figura alăturată. Punctele M și N sunt mijloacele muchiilor AB, respectiv CD.

(2p) a) Arată că MN are lungimea mai mică decât $5\sqrt{3}\,\text{cm}$.



(3p) b) Determină cosinusul unghiului dintre planele (ABN) și (ABC).

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul şcolar 2020 - 2021
Matematică

Testul 13

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	**d)**	**5p**
2.	**b)**	**5p**
3.	**c)**	**5p**
4.	**b)**	**5p**
5.	**c)**	**5p**
6.	**b)**	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	**d)**	**5p**
2.	**a)**	**5p**
3.	**b)**	**5p**
4.	**d)**	**5p**
5.	**b)**	**5p**
6.	**d)**	**5p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $a=m+2,\ a+m=15$, unde a reprezintă numărul problemelor rezolvate de Ana și m reprezintă numărul problemelor rezolvate de Mihai	**1p**
	$2m+2=15$, de unde obținem că nu este posibil ca numărul total de probleme rezolvate de Ana și Mihai să fie 15	**1p**
	b) $m=\frac{3}{4}a,$ deci $a=\frac{3}{4}a+2$	**2p**
	$a=8$	**1p**
2.	**a)** $E(10)=21^2+19^2-4\cdot 199$	**1p**
	$E(10)=6$	**1p**
	b) $E(x)=4x^2+4x+1+4x^2-4x+1-8x^2+4=6$, pentru orice număr real x	**1p**
	$n\cdot E(10)\cdot E(11)\cdot ...\cdot E(100)=n\cdot 6^{91}=6\cdot n\cdot 6^{90}$, de unde rezultă că $n=6$	**2p**

3.	**a)** $f(1)=1$, deci $P(1,1)\in G_f$	**1p**
	$g(1)=1$, deci $P(1,1)\in G_g$, de unde rezultă că $P(1,1)\in G_f\cap G_g$	**1p**
	b) $A(2,0)$, $B(0,2)$	**1p**
	$AO=OB=2$, triunghiul AOB dreptunghic în O, deci $AB=2\sqrt{2}$, de unde rezultă că	**1p**
	$d(O,AB)=\dfrac{OA\cdot OB}{AB}=\dfrac{2\cdot 2}{2\sqrt{2}}=\sqrt{2}$	**1p**
4.	**a)** $\Delta AMN\sim\Delta ACB\Rightarrow\dfrac{AM}{AC}=\dfrac{AN}{AB}=\dfrac{MN}{BC}$	**1p**
	$\dfrac{AM+AN+MN}{AB+AC+BC}=\dfrac{AM}{AC}=\dfrac{3}{9}=\dfrac{1}{3}$, deci $P_{\Delta AMN}=\dfrac{P_{\Delta ABC}}{3}=\dfrac{27}{3}=9\,\text{cm}$	**1p**
	b) $\Delta AMN\sim\Delta ACB\Rightarrow\dfrac{A_{\Delta AMN}}{A_{\Delta ABC}}=\left(\dfrac{AM}{AC}\right)^2=\dfrac{1}{9}$	**2p**
	$\mathcal{A}_{BMNC}=\mathcal{A}_{\Delta ABC}-\mathcal{A}_{\Delta AMN}=\dfrac{8}{9}\mathcal{A}_{\Delta ABC}$	**1p**
5.	**a)** $\Delta AMD,\Delta DMC,\Delta MCB$ triunghiuri echilaterale congruente	**1p**
	$A_{ABCD}=3\cdot A_{\Delta AMD}=3\cdot\dfrac{12^2\sqrt{3}}{4}=108\sqrt{3}\,\text{cm}^2$	**1p**
	b) $AMCD$ romb, AC bisectoarea $\sphericalangle BAD$	**2p**
	În ΔABC, $\sphericalangle CAB=30^\circ$, $\sphericalangle ABC=60^\circ\Rightarrow\sphericalangle ACB=90^\circ\Rightarrow AC\perp BC$	**1p**
6.	**a)** Triunghiurile DBC și DAC sunt echilaterale și congruente, deci $BN=AN=6\sqrt{3}\,\text{cm}$	**1p**
	Triunghiul ANB este isoscel, deci $MN\perp AB$, $MN=6\sqrt{2}\,\text{cm}$ și cum $\sqrt{72}<\sqrt{75}=5\sqrt{3}$, obținem că MN are lungimea mai mică decât $5\sqrt{3}$	**1p**
	b) $(ABN)\cap(ABC)=AB$, $NM\perp AB$, $CM\perp AB\Rightarrow\cos(\sphericalangle((ABN),(ABC)))=\cos(\sphericalangle NMC)$	**2p**
	$CD\perp(ABN)\Rightarrow CN\perp MN\Rightarrow\cos(\sphericalangle NMC)=\dfrac{NM}{MC}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$	**1p**