MINISTERUL EDUCAȚIEI

CENTRUL NAȚIONAL DE POLITICI ȘI EVALUARE ÎN EDUCAȚIE

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul şcolar 2020 - 2021

Matematică

Testul 12

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p **1.** Produsul a două numere prime este egal cu 14. Suma celor două numere prime este egală cu:

a) 2
b) 7
c) 9
d) 15

5p **2.** Într-o lădiță sunt 48 de mere roșii, verzi și galbene. Probabilitatea ca, alegând un măr din lădiță, acesta să fie roșu este egală cu $\frac{5}{8}$. Numărul de mere roșii din această lădiță este egal cu:

a) 6
b) 8
c) 30
d) 40

5p **3.** Mihai a înregistrat în tabelul următor temperaturile măsurate la aceeași oră pe parcursul unei săptămâni.

Zi	Luni	Marți	Miercuri	Joi	Vineri	Sâmbătă	Duminică
Temperatura	–4°C	–1°C	–5°C	–2°C	0°C	1°C	–3°C

Media aritmetică a temperaturilor măsurate de Mihai, în această săptămână, la aceeași oră, este egală cu:

a) 0°C
b) –2°C
c) –5°C
d) –7°C

5p **4.** Știind că x este un număr natural, $x>1$, iar fracția $\frac{6}{x}$ este supraunitară și ireductibilă, atunci x este egal cu:

a) 2
b) 3
c) 4
d) 5

5p **5.** Media aritmetică a numerelor $a=\sqrt{5^2-1^2}$ și $b=\frac{48}{\sqrt{6}}$ aparține intervalului:

a) $[5,6]$
b) $[10,11]$
c) $[12,13]$
d) $[15,16]$

5p **6.** În tabelul următor este prezentat numărul de elevi al fiecăreia dintre clasele V-VIII ale unei școli:

Clasa	a V-a A	a V-a B	a VI-a A	a VI-a B	a VII-a A	a VII-a B	a VIII-a A	a VIII-a B
Număr de elevi	32	30	28	31	27	32	29	31

Numărul elevilor din clasele a VIII-a din această școală reprezintă $p\%$ din numărul total al elevilor școlii. Valoarea lui p este egală cu:

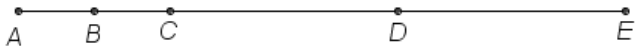
a) 25
b) 29
c) 31
d) 60

SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

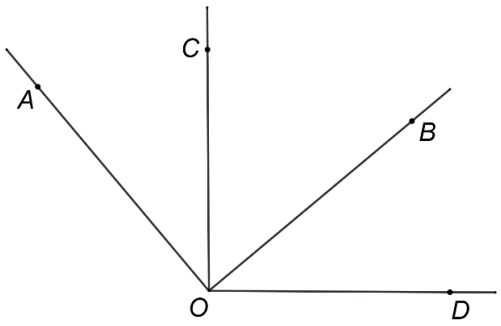
5p **1.** În figura alăturată, pe segmentul AE se consideră punctul C astfel încât $AC < CE$, iar punctele B și D sunt mijloacele segmentelor AC, respectiv CE. Dintre următoarele afirmații, cea adevărată este:

a) $AC < BD < CE$
b) $BD < AC < CE$
c) $AC < CE < BD$
d) $AC = BD = CE$

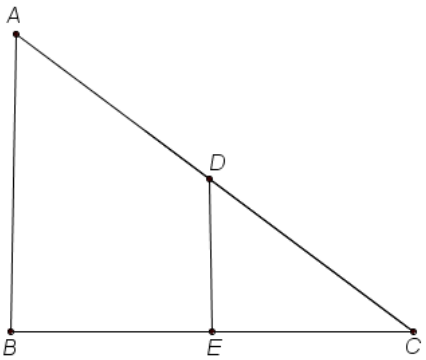


5p **2.** În figura alăturată este reprezentat unghiul drept AOB, bisectoarea OC a acestuia și semidreapta OD astfel încât semidreapta OB este bisectoarea unghiului COD. Măsura unghiului BOD este egală cu:

a) 90°
b) 50°
c) 45°
d) 40°

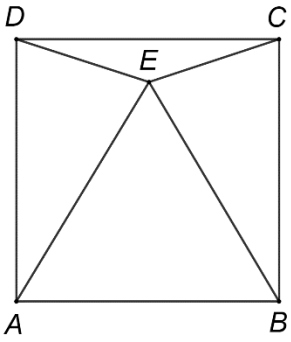


5p **3.** În figura alăturată, segmentele AB, AC și CB reprezintă alei într-un parc, unde dreptele AB și BC sunt perpendiculare. Ana și Dan ocupă inițial pozițiile A, respectiv D, unde D este mijlocul segmentului AC. Din pozițiile inițiale, Ana ajunge în punctul B și Dan parcurge segmentul DE, unde $DE \| AB$, ajungând în punctul E. Raportul dintre distanța parcursă de Dan și cea parcursă de Ana este egal cu :



a) $\frac{1}{4}$ **b)** $\frac{1}{3}$ **c)** $\frac{1}{2}$ **d)** $\frac{2}{3}$

5p **4.** Figura alăturată reprezintă schița unei grădini în formă de pătrat $ABCD$ cu latura $AB=10$ m. Pe suprafața corespunzătoare triunghiului echilateral AEB sunt plantate begonii, pe suprafața corespunzătoare triunghiului DEC sunt plantate crizanteme, iar pe suprafețele corespunzătoare triunghiurilor AED și BEC sunt plantate panseluțe, E fiind un punct din interiorul pătratului $ABCD$. Aria suprafeței totale cultivate cu panseluțe este:

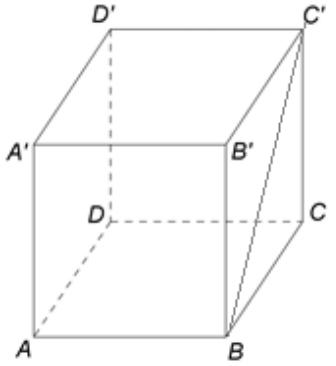


a) mai mare decât suma ariilor suprafețelor cultivate cu begonii și cu crizanteme
b) mai mică decât suma ariilor suprafețelor cultivate cu begonii și cu crizanteme
c) egală cu suma ariilor suprafețelor cultivate cu begonii și cu crizanteme
d) egală cu o treime din aria suprafeței întregii gradini

5p **5.** Diametrul unui cerc cu lungimea de 10π cm este egal cu:

a) 5 cm
b) 10 cm
c) 20 cm
d) 25 cm

5p **6.** În figura alăturată este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$, cu lungimea segmentului BC' egală cu $4\sqrt{2}$ cm. Aria totală a cubului $ABCDA'B'C'D'$ este egală cu:



a) 16cm^2
b) 64cm^2
c) 96cm^2
d) 192cm^2

SUBIECTUL al III-lea

Scrieți rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p **1.** O florărie are la vânzare lalele și trandafiri, dar prețurile acestora nu sunt afișate. Anastasia întreabă vânzătorul despre prețuri. Acesta îi propune să afle singură prețurile care o interesează, spunându-i că cinci fire de lalele și patru fire de trandafiri costă împreună 43 de lei, iar două fire de lalele și trei fire trandafiri costă împreună 27 de lei.

(2p) a) Anastasia face afirmația următoare: „Prețul unui fir de trandafir este de 10 lei.”. Este această afirmație adevărată? Justifică răspunsul dat.

(3p) b) Determină prețul unui fir de trandafir pe care îl are spre vânzare florăria.

5p

2. Se consideră expresia $E(x)=\left(1+2\sqrt{3}x\right)\left(2\sqrt{3}x-1\right)-2(2x+1)^2-(4x+1)(x-3)+1-x$, unde x este număr real.

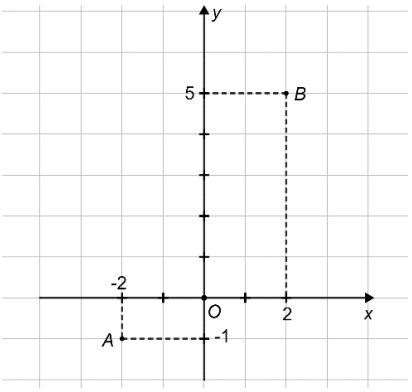
(2p) a) Arată că $E(x)=2x+1$, pentru orice număr real x.

(3p) b) Determină numerele naturale a pentru care $E(a)\leq 3\sqrt{5}$.

5p

3. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{3}{2}x+2$.

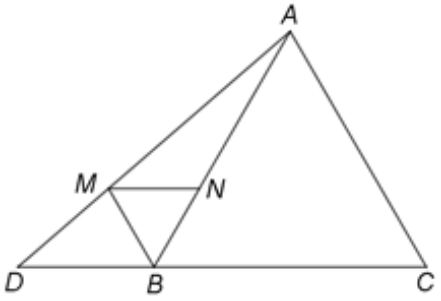
(2p) a) Arată că $f(-2)+f(2)=4$.



(3p) b) Se consideră punctele $A(-2,-1)$ și $B(2,5)$ care aparțin reprezentării geometrice a graficului funcției f. Determină coordonatele punctului $M(x,y)$ situat pe axa Oy a sistemului de axe ortogonale xOy, astfel încât suma lungimilor segmentelor MA și MB să fie minimă.

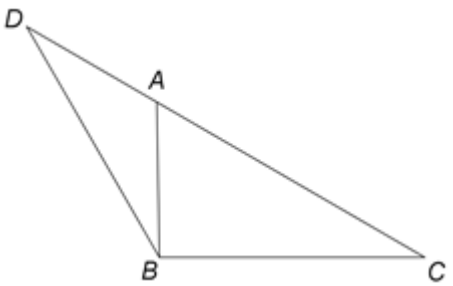
5p **4.** În figura alăturată este reprezentat un triunghi echilateral ABC cu $AB=12$ cm și punctul D este situat pe dreapta BC astfel încât $BC=2BD$ și punctul B aparține segmentului CD. Semidreapta BM, $M\in AD$, este bisectoarea unghiului ABD și N este punctul de intersecție dintre AB și paralela prin M la BC.

(2p) a) Arată că aria triunghiului ABC este egală cu $36\sqrt{3}\,\text{cm}^2$.



(3p) b) Demonstrează că triunghiurile BMN și ABC sunt asemenea.

5p **5.** În figura alăturată este reprezentat un triunghi DBC cu $BC = BD = 6\text{cm}$ și $DC = 6\sqrt{3}\text{cm}$. Punctul A este situat pe latura DC astfel încât $AC = 4\sqrt{3}\text{cm}$.

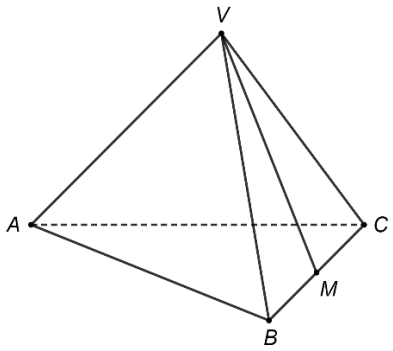


(**2p) a)** Arată că măsura unghiului C este egală cu $30°$.

(3p) b) Demonstrează că triunghiul ABD este isoscel.

5p **6.** În figura alăturată este reprezentată o piramidă triunghiulară regulată $VABC$ cu baza triunghiul ABC. Punctul M este mijlocul segmentului BC, $AB=18\text{cm}$ și $VA=9\sqrt{2}\,\text{cm}$.

(2p) a) Arată că măsura unghiului dintre dreapta VM şi dreapta AC este egală cu $60°$.



(3p) b) Determină distanța de la punctul M la planul (VAC).

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul şcolar 2020 - 2021
Matematică

Testul 12

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	**c)**	**5p**
2.	**c)**	**5p**
3.	**b)**	**5p**
4.	**d)**	**5p**
5.	**c)**	**5p**
6.	**a)**	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)**	**5p**
2.	**c)**	**5p**
3.	**c)**	**5p**
4.	**c)**	**5p**
5.	**b)**	**5p**
6.	**c)**	**5p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** Trei fire de trandafiri costă $3\cdot 10=30$ de lei.	**1p**
	Cum două fire de lalele și trei fire de trandafiri costă împreună 27 de lei, deducem că nu este posibil ca prețul unui fir de trandafir să fie 10 lei.	**1p**
	b) $5x+4y=43$ și $2x+3y=27$**,** unde x este prețul unui fir de lalea și y este prețul unui fir de trandafir	**1p**
	$y=7$ lei, deci prețul unui fir de trandafir este de 7 lei	**2p**
2.	**a)** $E(x)=12x^2-1-2\left(4x^2+4x+1\right)-\left(4x^2-11x-3\right)+1-x=$	**1p**
	$=12x^2-1-8x^2-8x-2-4x^2+11x+3+1-x=2x+1$	**1p**
	b) $E(a)=2a+1$, deci $2a+1\le 3\sqrt{5}=\sqrt{45}<7$ și $2a+1$ este un număr natural impar, obținem că $2a+1\in\{1,3,5\}$	**2p**
	$a\in\{0,1,2\}$	**1p**
3.	**a)** $f(-2)=-1$, $f(2)=5$	**1p**
	$f(-2)+f(2)=-1+5=4$	**1p**

	b) $MA+MB$ are valoare minimă pentru cazul A, M și B puncte coliniare M reprezintă punctul de intersecție a reprezentării grafice a funcției f cu axa $Oy \Rightarrow M(0,2)$	**1p** **2p**
4.	**a)** $\mathcal{A}_{\Delta ABC} = \dfrac{AB^2\sqrt{3}}{4}$	**1p**
	$= \dfrac{144\sqrt{3}}{4} = 36\sqrt{3}\,\text{cm}^2$	**1p**
	b) $MN \parallel BC \Rightarrow \sphericalangle MNB = \sphericalangle ABC = 60°$	**1p**
	$\sphericalangle ABM = \dfrac{\sphericalangle ABD}{2} = \dfrac{180° - 60°}{2} = 60° \Rightarrow \sphericalangle ABM = \sphericalangle ACB$, deci $\Delta BMN \sim \Delta ABC$	**2p**
5.	**a)** M mijlocul laturii DC, triunghiul BCD este isoscel de bază DC, deci $BM \perp DC$	**1p**
	Triunghiul BMC este dreptunghic în M, $\cos\sphericalangle C = \dfrac{MC}{BC} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sphericalangle C = 30°$	**1p**
	b) Triunghiul BMC este dreptunghic în M, $\sphericalangle C = 30° \Rightarrow BM = \dfrac{BC}{2} = 3\,\text{cm}$	**1p**
	$AM = AC - MC = \sqrt{3}\,\text{cm}$ și $AD = DC - AC = 2\sqrt{3}\,\text{cm}$	**1p**
	Triunghiul AMB dreptunghic în M, $AB = \sqrt{AM^2 + BM^2} = 2\sqrt{3}\,\text{cm} = AD$, deci triunghiul ABD este isoscel	**1p**
6.	**a)** Construim $MN \parallel AC$, $N \in AB$, MN este linie mijlocie în triunghiul ABC, $MN = \dfrac{AC}{2} = 9\,\text{cm}$ și $\sphericalangle(VM, AC) = \sphericalangle(VM, MN) = \sphericalangle VMN$	**1p**
	Triunghiul VMC este dreptunghic în M, $VM = \sqrt{VC^2 - MC^2} = 9\,\text{cm}$, $VN = VM = MN \Rightarrow \Delta VMN$ este echilateral, deci $\sphericalangle VMN = 60°$	**1p**
	b) $VB^2 + VC^2 = BC^2 \Rightarrow \Delta VBC$ este dreptunghic, deci și triunghiul VAB este dreptunghic, $VB \perp VC$, $VB \perp VA$, și $VA, VC \subset (VAC) \Rightarrow VB \perp (VAC)$	**2p**
	P este mijlocul segmentului VC, $MP \parallel VB \Rightarrow MP \perp (VAC)$ și $MP = \dfrac{VB}{2} = \dfrac{9\sqrt{2}}{2}\,\text{cm}$	**1p**
	Așadar, $\text{d}(M, (VAC)) = \dfrac{9\sqrt{2}}{2}\,\text{cm}$	